

LES ÉQUATIONS SELON AL KHWARIZMI

Commentaire : Appliquer une méthode historique via un programme de calculs pour trouver une solution d'une équation du second degré.



Le mathématicien et astronome perse Al Khwarizmi (780 ; 850) a établi dans son traité, le *Kitâb*, des méthodes de résolution d'équations. Il s'agit de recettes, appelées aujourd'hui algorithmes, menant à la solution.

Dans cette activité, nous allons étudier comment Al Khwarizmi a résolu les équations du type $x^2 + ax = b$, où a et b sont des nombres positifs.

PARTIE 1 : Cas particuliers

1) Al Khwarizmi écrivait « Un **carré** plus **10 racines** est égal à **39** dirhams (*) » pour désigner, dans le langage mathématique d'aujourd'hui, l'équation : $x^2 + 10x = 39$.

(*) Le dirham était la monnaie de l'époque.

Le procédé de résolution de cette équation consiste à effectuer le programme de calculs suivant :

1. Prendre la moitié de **10**.
2. Élever cette moitié au carré.
3. Ajouter ce carré à **39**.
4. Prendre la racine carrée de cette somme.
5. Soustraire à ce résultat la moitié de **10**.

a) Appliquer ce programme de calculs et noter le nombre obtenu à l'issue de l'étape 5.

b) Vérifier que ce nombre est effectivement solution de l'équation $x^2 + 10x = 39$.

2) Adapter le programme de calculs de la question 1 pour trouver une solution de l'équation $x^2 + 3x = 40$.

3) Adapter le programme de la question 1 pour trouver le **carré** telle que : « Un **carré** plus **7 racines** est égal à **18** dirhams. »

PARTIE 2 : Cas général

Dans la suite, on considère l'équation $x^2 + ax = b$ sous sa forme générale où a et b sont des nombres quelconques positifs.

1) Démontrer que le programme de calculs mène à :

$$\sqrt{\frac{a^2}{4} + b} - \frac{a}{2}$$

2) Retrouver ce résultat en appliquant la méthode du discriminant.



Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales

Yvan Monka – Académie de Strasbourg – www.maths-et-tiques.fr