ÉLEGANTES SOMMES

Commentaire : Application de la formule donnant la somme des premiers termes d'une suite arithmétique de raison 1.
Utilisation du symbole **Σ**.

1) $a)$ Démontrer les « élégantes sommes » :

$$\sum_{k=2}^{444} k = 2 + 3 + 4 + \cdots + 444 = 98789 \qquad et \qquad \sum_{k=2}^{4444} k = 2 + 3 + 4 + \cdots + 4444 = 9876789$$

$b)$ Calculer les « élégantes sommes » suivantes :

$$\sum_{k=56}^{166} k \qquad et \qquad \sum_{k=5556}^{16666} k$$

$c)$ Pour chacun des nombres suivants, conjecturer une « élégante somme » qui lui est égale : 12345678987654321 $\quad et \quad$ 9876543210123456789

2) On donne la formule exprimant la somme des carrés consécutifs :

$$\sum_{k=1}^{n} k^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$a)$ Vérifier cette formule dans le cas particulier où $n = 5$.

$b)$ Démontrer l' « élégante somme » :

$$\sum_{k=1}^{333} 9k^2 - 3k + 1 = 111\,111\,111$$

$c)$ Calculer les « élégantes sommes » suivantes :

$$\sum_{k=1}^{666} 9k^2 + 3k + 1 \qquad et \qquad \sum_{k=1}^{9999} 3k^2 + 3k + 1$$