LIMITE D’UNE SUITE

Une forêt de sapins recouvre initialement 20 ha. Chaque année, l’exploitation de la forêt engendre une diminution de 1/10 de sa surface par rapport à l’année précédente à laquelle on ajoute 3 ha de nouvelles plantations de sapins.

On note $u\_{n}$ la superficie de la forêt au bout de *n* années, exprimée en ha.

**Partie A :**

1. Donner la valeur de $u\_{0}$ et écrire une relation de récurrence vérifiée par la suite $\left(u\_{n}\right)$.
2. a) Ecrire un algorithme qui permet de calculer les premiers termes de la suite $\left(u\_{n}\right)$.

b) Emettre une conjecture concernant un majorant de la suite $\left(u\_{n}\right)$.

c) Emettre une conjecture concernant le sens de variation de la suite $\left(u\_{n}\right)$.

1. Démontrer par récurrence les conjectures de la question 2.
2. Donner une interprétation des résultats précédents par rapport au contexte.

**Partie B :**

1. a) A l’aide d’un tableur : - calculer les 50 premiers termes de la suite $\left(u\_{n}\right)$.

 - représenter graphiquement la suite à l’aide d’un nuage de points.

 b) Reproduire sur la copie à rendre l’allure de la représentation graphique.

1. A l’aide du tableur, répondre aux questions suivantes :
2. Existe-t-il un rang $N$ à partir duquel on a $30-1<u\_{n}$ pour $ n\geq N$ ? Si oui, lequel ?
3. Existe-t-il un rang $N$ à partir duquel on a $30-0,1<u\_{n}$ pour $n\geq N$ ? Si oui, lequel ?
4. On souhaite généraliser les résultats obtenus à la question 2.

a) Ecrire un algorithme qui :

* demande une valeur $h$ à l’utilisateur,
* donne la plus petite valeur de $N\in N$ telle que $30-h<u\_{N}$.
1. Tester cet algorithme pour $h$= 1 et $h$= 0,1. Vérifier la cohérence avec les résultats des questions 2a et 2b.
2. Tester cet algorithme pour $h$= 0,01 puis $h$= 0,001.

Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

[*www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales*](http://www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales)