L’ALGORITHME DE KAPREKAR



*Commentaire : Cette activité permet d’aborder une démarche algorithmique et d’appliquer des notions d’arithmétique dans les démonstrations demandées.*

*Ici, l’algorithme de Kaprekar est étudié dans le cas particulier où les chiffres du nombre choisi sont tous différents.*

*Dattatreya Ramachandra Kaprekar* (1905 – 1986) est un mathématicien indien célèbre pour ses travaux sur les nombres.

L’algorithme de Kaprekar est le suivant :

Choisir un nombre dont les chiffres sont **tous différents**.

1. A l’aide des chiffres composant ce nombre, écrire le nombre le plus grand possible.
2. A l’aide des chiffres composant ce nombre, écrire le nombre le plus petit possible.
3. Soustraire le nombre obtenu à l’étape 2 au nombre obtenu à l’étape 1.

Reprendre au début avec le résultat de la soustraction.

Partie 1 : Nombres à deux chiffres

1) Conjecture :

a) Vérifier qu’en choisissant 73 au départ, on finit par obtenir 9.

b) Tester d’autres nombres à deux chiffres différents et émettre une conjecture.

2) Démonstration :

a) Vérifier que tous les nombres à deux chiffres différents multiples de 9 conduisent à 9 dans l’algorithme de Kaprekar.

b) On choisit un nombre entier quelconque à deux chiffres différents que l’on note *ab*, *a* étant le chiffre des dizaines et *b* celui des unités. On peut noter : *ab* = 10*a* + *b.*

Prouver qu’on obtient un multiple de 9 après un tour dans l’algorithme.

c) Conclure.

Partie 2 : Nombres à trois chiffres

1) Vérifier qu’en choisissant 419, on finit par obtenir 495.

2) Tester l’algorithme de Kaprekar avec d’autres nombres à trois chiffres tous différents. Obtient-on à chaque fois 495 à la fin ?

*On dit que 495 est un point fixe dans l’algorithme de Kaprekar.*

3) a) Dans le cas d’un nombre à trois chiffres tous différents, prouver qu’après un tour dans l’algorithme, on obtient un multiple de 99.

b) Conclure.

Partie 3 : Nombres à quatre chiffres

Tester l’algorithme de Kaprekar avec plusieurs nombres à quatre chiffres tous différents.

Le résultat mène à la constante de Kaprekar. Quel est ce nombre ?



Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

[*www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales*](http://www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales)