

LA FICELLE

Commentaire :

Activité bilan sur la notion de fonction.



Avec une ficelle de longueur 10 cm, on fabrique un rectangle.

On désigne par x la longueur d'un côté de ce rectangle.

- 1) Calculer l'aire du rectangle pour $x = 3$ cm.
- 2) Exprimer l'aire du rectangle en fonction de x .
- 3) À l'aide du tableau de valeurs ci-dessous, déterminer la valeur de x pour laquelle l'aire du rectangle semble la plus grande possible.

x	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5
Aire								

4) On note A la fonction donnant l'aire du rectangle en fonction de x .

Justifier que : $A(x) = 5x - x^2$.

5) À l'aide du tableau de valeurs, donner :

- a) l'image de 2,5 par la fonction A .
- b) un antécédent de 6 par la fonction A .

6) Représenter les données du tableau de valeurs dans un repère tel qu'on trouve en abscisse la longueur du côté du rectangle x et en ordonnée son aire correspondante $A(x)$.

Puis, tracer à main levée la courbe représentative de la fonction A .

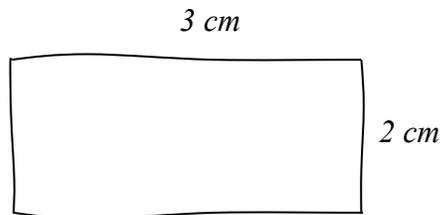
Vérifier à l'aide d'un logiciel ou d'une calculatrice.

7) Répondre graphiquement aux questions suivantes :

- a) Donner un ordre de grandeur de l'aire du rectangle si un de ces côtés mesure 0,5 cm ?
- b) Qu'en est-il si un de ses côtés mesure 5 cm ?
- c) Donner les dimensions d'un rectangle dont l'aire est environ égale à 1 cm^2 .
- d) Quelle semble être la nature du rectangle dont l'aire est maximum ?

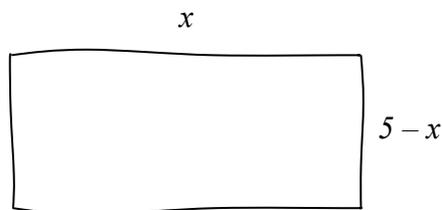
CORRECTION

1) Dans ce cas, le rectangle a pour dimension 3 cm et 2 cm.
En effet, le périmètre est égal à : $3 + 3 + 2 + 2 = 10$ cm.



Aire du rectangle = $3 \times 2 = 6$ cm².

2)



Les dimensions du rectangle sont donc : x et $5 - x$.
En effet, le périmètre est égal à : $2x + 2(5 - x) = 10$ cm.

Ainsi l'aire du rectangle s'exprime par la formule : $x(5 - x)$

3)

x	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5
Aire	4	5,25	6	6,25	6	5,25	4	2,25

On trouve dans le tableau : $2,5 \mapsto 6,25$

L'aire maximum semble être égal à $6,25$ cm² lorsque $x = 2,5$ cm.

4) $A(x) = x(5 - x) = 5x - x^2$.

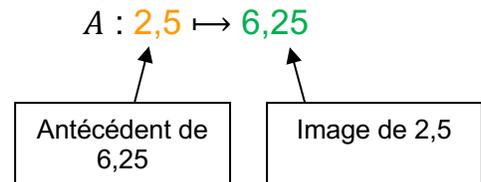
5) Pour chaque nombre x , on a fait correspondre un nombre $A(x)$ égal à l'aire du rectangle.

a) On lit dans le tableau :

L'image de $2,5$ par la fonction A est $6,25$.

b) $A : 2 \mapsto 6$

Un antécédent de 6 par la fonction A est 2 .



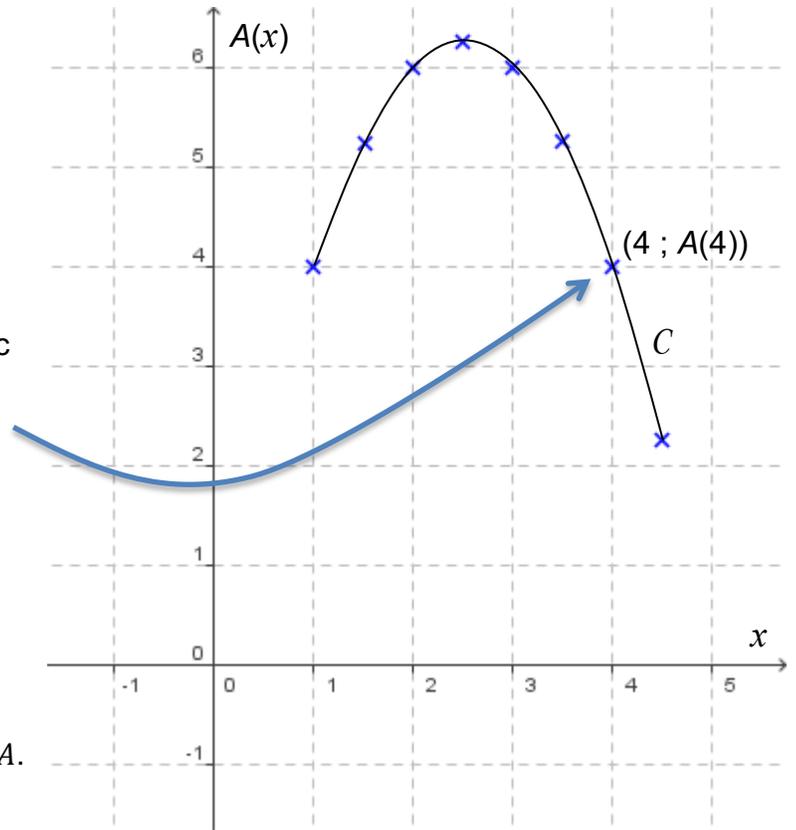
Mais, on lit également dans le tableau : $A : 3 \mapsto 6$

Il existe un autre antécédent de 6 par la fonction A qui est 3 .

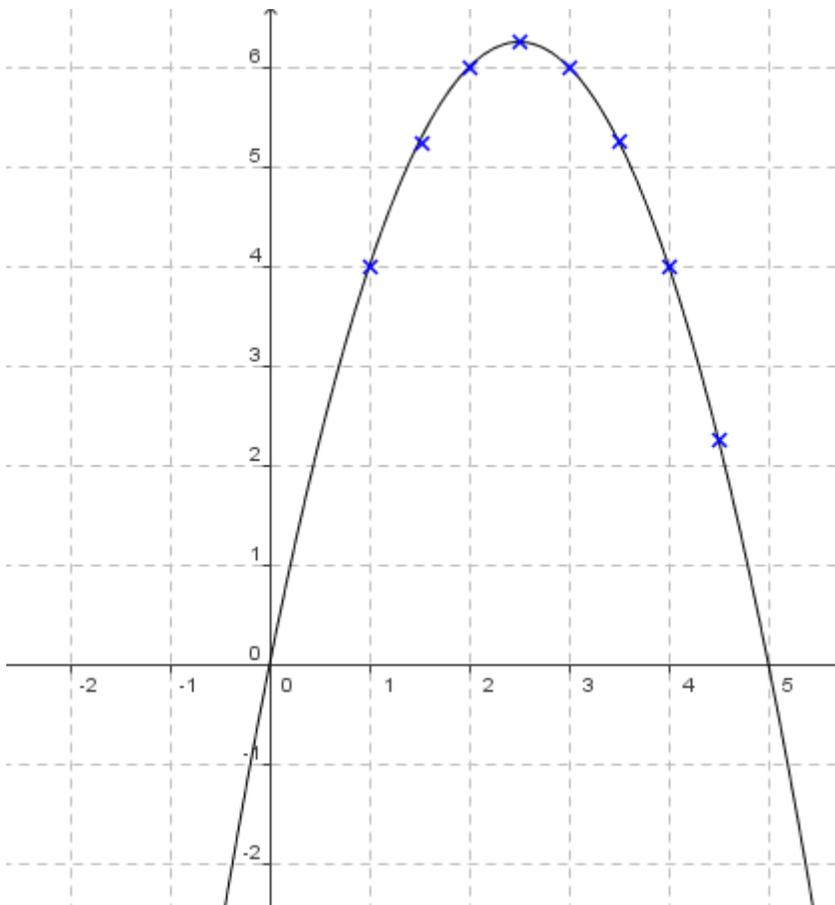
Un nombre possède une unique image par une fonction.
Cependant, un nombre peut posséder plusieurs antécédents.

5)

En reliant les points, on obtient une courbe C.
Tout point de la courbe C possède donc des coordonnées de la forme $(x ; A(x))$.



Ouvrir le logiciel *GeoGebra* et saisir directement l'expression de la fonction A.
Dans la barre de saisie, on écrira :
 $a(x)=5x-x^2$



La courbe représentative de la fonction A dépasse les limites du problème.
En effet, l'expression de la fonction A accepte par exemple des valeurs négatives de x, ce que les données du problème rejettent puisque x représente une longueur !

6) a) $A(0,5) \approx 2,2 \text{ cm}^2$.

b) $A(5) = 0$. Dans ce cas, le rectangle est aplati ; son aire est nulle.

c) Il s'agit de trouver les antécédents de 1 par la fonction A .

Par lecture graphique : $A(0,2) \approx 1$ et $A(4,8) \approx 1$

Le rectangle de dimensions 0,2 cm sur 4,8 cm possède une aire environ égale à 1 cm^2 .

d) $A(x)$ semble maximum pour $x = 2,5 \text{ cm}$.

Ainsi le rectangle dont l'aire semble maximum est un carré de côté 2,5 cm.



Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales