LA FICELLE

*Commentaire :*

*Activité bilan sur la notion de fonction.*

Avec une ficelle de longueur 10 cm, on fabrique un rectangle.

On désigne par *x* la longueur d’un côté de ce rectangle.

1) Calculer l'aire du rectangle pour *x* = 3 cm.

2) Exprimer l’aire du rectangle en fonction de *x*.

3) À l’aide du tableau de valeurs ci-dessous, déterminer la valeur de *x* pour laquelle l’aire du rectangle semble la plus grande possible.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *x* | *1* | *1,5* | *2* | *2,5* | *3* | *3,5* | *4* | *4,5* |
| **Aire** |  |  |  |  |  |  |  |  |

4) On note $A$ la fonction donnant l’aire du rectangle en fonction de $x$.

Justifier que : $A$(*x*) = 5*x* – *x*2.

5) À l’aide du tableau de valeurs, donner :

 a) l’image de 2,5 par la fonction $A$.

 b) un antécédent de 6 par la fonction $A$.

6) Représenter les données du tableau de valeurs dans un repère tel qu’on trouve en abscisse la longueur du côté du rectangle $x$ et en ordonnée son aire correspondante $A$(*x*).

Puis, tracer à main levée la courbe représentative de la fonction $A$.

Vérifier à l’aide d’un logiciel ou d’une calculatrice.

7) Répondre graphiquement aux questions suivantes :

1. Donner un ordre de grandeur de l’aire du rectangle si un de ces côtés mesure 0,5 cm ?
2. Qu’en est-il si un de ses côtés mesure 5 cm ?
3. Donner les dimensions d’un rectangle dont l’aire est environ égale à 1 cm*2*.
4. Quelle semble être la nature du rectangle dont l’aire est maximum ?

CORRECTION

1) Dans ce cas, le rectangle a pour dimension 3 cm et 2 cm.

En effet, le périmètre est égal à : 3 + 3 + 2 + 2 = 10 cm.

*3 cm*

*2 cm*

Aire du rectangle = 3 x 2 = 6 cm2.

2)

*x*

*5 – x*

Les dimensions du rectangle sont donc : *x* et 5 – *x*.

En effet, le périmètre est égal à : 2*x* + 2(5 – *x*) = 10 cm.

Ainsi l’aire du rectangle s’exprime par la formule : *x*(5 – *x*)

3)

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *x* | *1* | *1,5* | *2* | *2,5* | *3* | *3,5* | *4* | *4,5* |
| **Aire** | **4** | **5,25** | **6** | **6,25** | **6** | **5,25** | **4** | **2,25** |

On trouve dans le tableau : 2,5 $⟼$ 6,25

L’aire maximum semble être égal à 6,25 cm2 lorsque *x* = 2,5 cm.

4) $A$(*x*) = *x*(5 – *x*) = 5*x* – *x*2.

5) Pour chaque nombre *x*, on a fait correspondre un nombre $A$(*x*) égal à l’aire du rectangle.

 a) On lit dans le tableau : $A$ : 2,5 $⟼$ 6,25

L’image de 2,5 par la fonction $A$ est 6,25.

Image de 2,5

Antécédent de 6,25

 b) $A$ : 2 $⟼$ 6

Un antécédent de 6 par la fonction $A$ est 2.

Mais, on lit également dans le tableau : $A$ : 3 $⟼$ 6

Il existe un autre antécédent de 6 par la fonction $A$ qui est 3.

Un nombre possède une unique image par une fonction.

Cependant, un nombre peut posséder plusieurs antécédents.

5)

C

*x*

*A*(*x*)

(4 ; *A*(4))

En reliant les points, on obtient une courbe *C*.

Tout point de la courbe *C* possède donc des coordonnées de la forme (*x*; $A$(*x*)).

Ouvrir le logiciel *GeoGebra* et saisir directement l’expression de la fonction $A$.

Dans la barre de saisie, on écrira : a(*x*)=5*x*-*x*^2



La courbe représentative de la fonction $A$ dépasse les limites du problème.

En effet, l’expression de la fonction $A$ accepte par exemple des valeurs négatives de *x,* ce que les données du problème rejettent puisque *x* représente une longueur !

6) a) $A$(0,5) ≈ 2,2 cm2.

 b) $A$(5) = 0. Dans ce cas, le rectangle est aplati ; son aire est nulle.

 c) Il s’agit de trouver les antécédents de 1 par la fonction $A$.

Par lecture graphique : $A$(0,2) ≈ 1 et $A$(4,8) ≈ 1

Le rectangle de dimensions 0,2 cm sur 4,8 cm possède une aire environ égale à 1 cm2.

 d) $A$(*x*) semble maximum pour *x* = 2,5 cm.

Ainsi le rectangle dont l’aire semble maximum est un carré de côté 2,5 cm.

Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

[*www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales*](http://www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales)