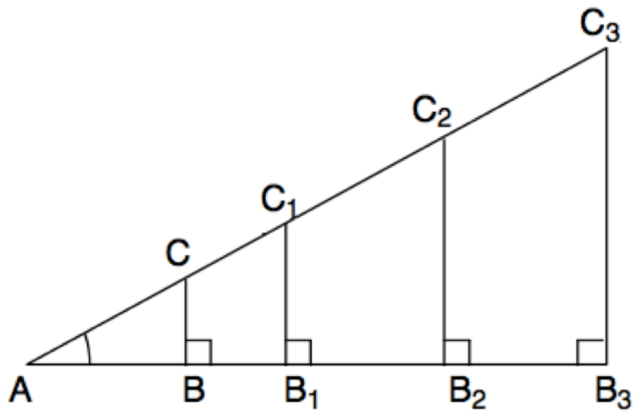
TRIGONOMÉTRIE DANS LE TRIANGLE

I. Le cosinus

1) Exemple d'introduction



a) ABC est un triangle rectangle en B.

Calculer : $\frac{AB}{AC}$

b) Calculer ce rapport dans d'autres triangles rectangles en prolongeant $[AB]$ et $[AC]$.

On remarque que : $\frac{AB}{AC} = \frac{AB_1}{AC_1} = \frac{AB_2}{AC_2} = \frac{AB_3}{AC_3}$

Prouver ce résultat à l'aide du théorème de Thalès.

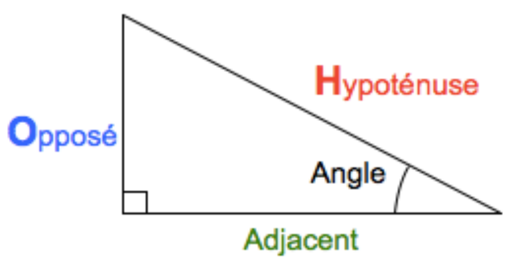
Ces rapports s'appellent le cosinus de l'angle $\hat{A}$, se notent $\mathbf{cos}\,\widehat{A}$ *et ne dépendent que de $\hat{A}$.*

c) Retrouvons la mesure de l'angle $\hat{A}$:

Taper : MODE DEG COS $valeur\ de\ \frac{AB}{AC}$

2) Formule

$$\cos(Angle) = \frac{Adjacent}{Hypoténuse}$$



Attention : Le cosinus ne s'applique jamais sur l'angle droit !!!

3) Les fonctions cos et cos^{-1} sur la calculatrice

Méthode : Utiliser les fonctions cos et cos^{-1} sur la calculatrice

1) Calculer le cosinus de 12° ; 20° ; 45° ; 60° ; 90° ; 0°. Donner un arrondi au millième.

2) Trouver les mesures arrondies au degré des angles $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}$ et $\hat{D}$ tels que :
cos $\hat{A}$ = 0,8 ; cos $\hat{B}$ = 0,1 ; cos $\hat{C}$ = 0,42 ; cos $\hat{D}$ = 1,3

Attention la calculatrice doit être en **MODE DEG** (Degré)

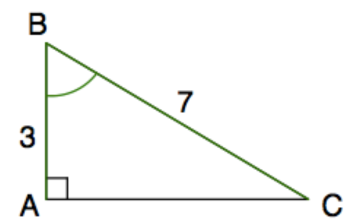
1) cos 12° ≈ 0,978 On saisit $\boxed{\text{cos}}$ $\boxed{12}$ sur la calculatrice.
cos 20° ≈ 0,94
cos 45° ≈ 0,707
cos 60° = 0,5
cos 90° = 0
cos 0° = 1.

2) On saisit $\boxed{\text{cos}^{-1}}$ $\boxed{0.8}$ sur la calculatrice.
cos $\hat{A}$ = 0,8 donc $\hat{A}$ = cos^{-1} (0,8) ≈ 37°
cos $\hat{B}$ = 0,1 donc $\hat{B}$ = cos^{-1} (0,1) ≈ 84°
cos $\hat{C}$ = 0,42 donc $\hat{C}$ = cos^{-1} (0,42) ≈ 65°
cos $\hat{D}$ = 1,3 impossible ! Cosinus < 1

4) Calcul d'angle

Méthode : Calculer la mesure d'un angle à l'aide du cosinus

Vidéo https://youtu.be/EQk7WyojUgY
Vidéo https://youtu.be/_RzMjYm5EUk



Calculer la mesure de l'angle $\hat{B}$ au dixième de degré près.

Dans le triangle ABC rectangle en A, on a :

$$\cos\hat{B} = \frac{BA}{BC}$$

$$\cos\hat{B} = \frac{3}{7}$$

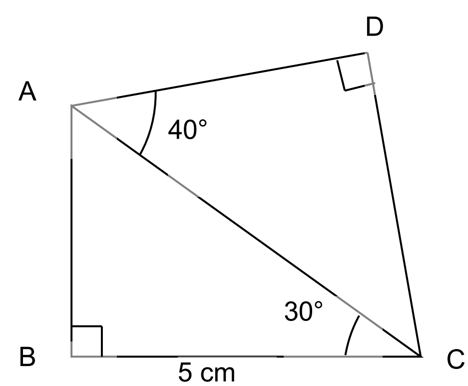
$$\hat{B} = \cos^{-1}\left(\frac{3}{7}\right)$$

$\hat{B}$ ≈ 64,6°.

5) Calcul de longueur

Méthode : Calculer une longueur à l'aide du cosinus

Vidéo https://youtu.be/8MQ0ecvoSOc
Vidéo https://youtu.be/-PcXawgWoFg



1) Calculer AC.
2) En déduire AD.
Arrondir les longueurs au centième de cm.

1) Dans le triangle ABC rectangle en B,

$$\cos \widehat{ACB} = \frac{CB}{CA}$$
$$\cos 30° = \frac{5}{CA}$$
$$\frac{\cos 30°}{1} = \frac{5}{CA}$$
CA = 5 x 1 : cos 30 (produit en croix)
$CA \approx$ 5,77 cm

2) Dans le triangle ADC rectangle en D,

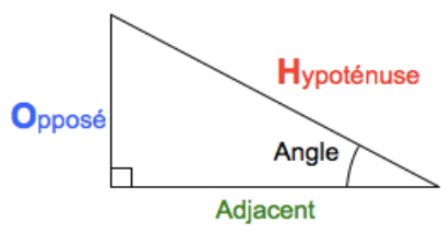
$$\cos \widehat{DAC} = \frac{AD}{CA}$$
$$\cos 40° \approx \frac{AD}{5{,}77}$$
$$\frac{\cos 40°}{1} \approx \frac{AD}{5{,}77}$$
$AD \approx$ 5,77 x cos 40 : 1
$AD \approx$ 4,42 cm

II. Cosinus, sinus et tangente

1) Formules de trigonométrie

Dans un triangle rectangle, on a :

$$\cos(Angle) = \frac{Adjacent}{Hypoténuse}$$
$$\sin(Angle) = \frac{Opposé}{Hypoténuse}$$
$$\tan(Angle) = \frac{Opposé}{Adjacent}$$



2) Petit truc pour mémoriser les formules :

M. Trigo te dit :

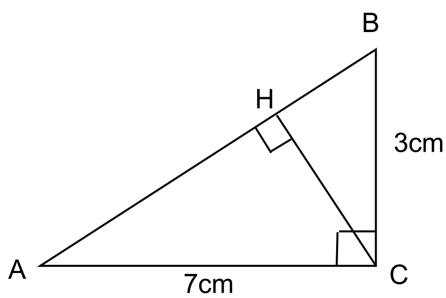
* Casse-toi !

Vidéo https://youtu.be/XGnTdigL8fg

3) Calcul d'angles

Méthode : Calculer un angle à l'aide de cosinus, sinus ou tangente

Vidéo https://youtu.be/md7hgVVKVI0
Vidéo https://youtu.be/Cm9R1I0CSLo



Calculer la mesure au degré près de l'angle $\widehat{BAC}$.

Dans le triangle BAC rectangle en C, on a :

$$\tan \widehat{BAC} = \frac{BC}{AC}$$

$$\tan \widehat{BAC} = \frac{3}{7}$$

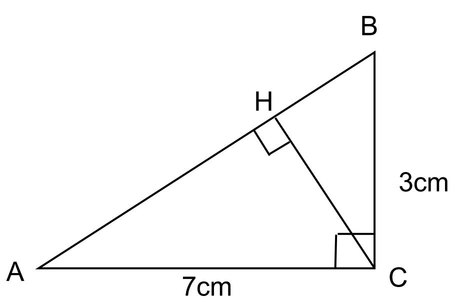
Il vaut mieux ne pas donner de valeur approchée de 3/7 pour la suite !

$$\widehat{BAC} = tan^{-1}\left(\frac{3}{7}\right) \approx 23°$$

4) Calcul de longueurs

Méthode : Calculer une longueur à l'aide de cosinus, sinus ou tangente

Vidéo https://youtu.be/BscM5lti3zI
Vidéo https://youtu.be/FczJ1GvpD3w



Suite de la méthode précédente :
Calculer la longueur HC arrondie au dixième de cm.

Dans le triangle AHC rectangle en H, on a :

$$\sin \widehat{HAC} = \frac{HC}{AC}$$

On a démontré dans la méthode précédente que $\widehat{BAC} \approx$ 23°.
Or, $\widehat{HAC} = \widehat{BAC}$
Donc :
$\sin 23° \approx \frac{HC}{7}$
$HC \approx$ 7 x sin 23
$HC \approx$ 2,7 cm