LES NOMBRES RELATIFS

C'est plus souvent au mathématicien indien ***Brahmagupta*** (598 ; 660) que l'on attribue la découverte des « nombres » négatifs. Sans justification, il donne des règles de calcul permettant d'expliquer des débits dans les comptes pour les besoins du commerce (ventes, dettes, …) :
« Une dette retranchée du néant devient un bien, un bien retranché du néant devient une dette. »
L'introduction des quantités négatives en occident est cependant difficile.
Au XVIIe siècle encore, *Lazare Carnot* (ingénieur et mathématicien français) niait l'existence des nombres négatifs : *« Pour obtenir un nombre négatif, il faudrait ôter quelque chose à rien. »*

PARTIE A : NOTION DE NOMBRE RELATIF

Vidéo https://youtu.be/GAhNZgDw1XA

I. Qu'est-ce qu'un nombre relatif ?

1) Exemples de nombres positifs :
14 ans ; 25 mètres ; …

2) Exemples de nombres négatifs :
–287 : naissance d'Archimède : 287 ans avant la naissance de J.C.
–3° : température de 3° en dessous de 0
En fait, 0° est fixé arbitrairement, le 0 absolu correspond à –273,15° : température en dessous de laquelle on ne peut descendre.

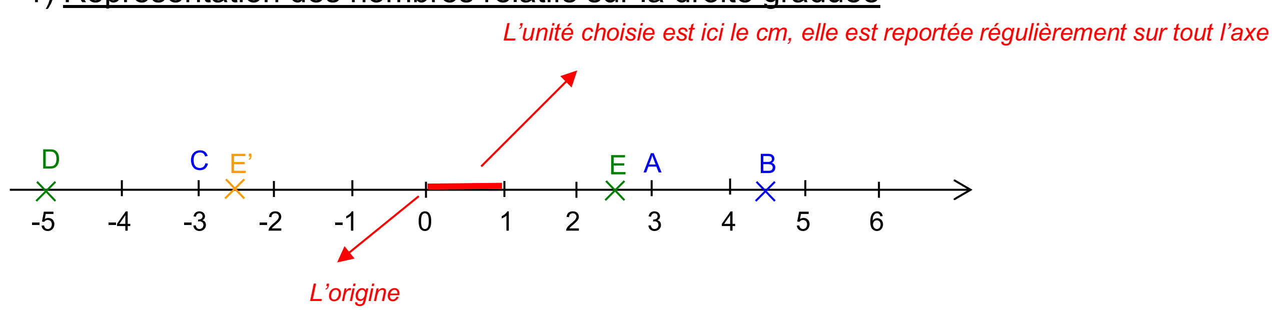
Remarque : Le signe + n'est pas toujours noté : +14 s'écrit 14 ou +25 s'écrit 25

Le mot « négatif » est issu du latin « negare », verbe signifiant « nier ». Au XVIe siècle, un nombre inférieur à 0 est souvent appelé une quantité niée sans être considérée comme un nombre.

3) On appelle nombre relatif, tout nombre négatif ou positif.

II. La droite graduée

1) Représentation des nombres relatifs sur la droite graduée



On dit que l'abscisse de A est 3,
et on note A(3).

Le mot « abscisse » vient du latin « abscissa » (ligne coupée) dû à l'allemand Gottfried Wilhelm von Leibniz en 1692.

Exemples :

Vidéo https://youtu.be/SlmiMoRB0vU

Sur l'axe gradué précédent :
Quelles sont les abscisses de B et C ? *B*(*4,5*) *et C*(– *3*)
Placer les points D et E d'abscisses respectives –5 et 2,5.

2) Opposé d'un nombre

On obtient l'opposé d'un nombre en changeant son signe.

Exemples :
Vidéo https://youtu.be/a5HGI910IXE

L'opposé de …	3	– 2	– 6	0
est …	– 3	2	6	0

Remarque : Deux points dont les abscisses sont opposées sont situés à égale distance de l'origine.

Exemple : Sur l'axe gradué précédent, placer le point E' dont l'abscisse est l'opposé de celle de E.

III. Comparaison des nombres relatifs

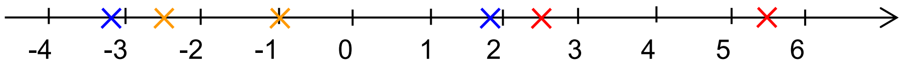
Rappel : Ordre croissant (comme croître) : du plus petit au plus grand.
Ordre décroissant : du plus grand au plus petit.

Méthode: Comparer et ranger les nombres relatifs

Vidéo https://youtu.be/DYbRr4B42h8
Vidéo https://youtu.be/jC_oYObrWbQ

1) Comparer : a) 2,5 et 5,5 b) 1,8 et –3,2 c) –1 et –2,5

2) Ranger les nombres suivants dans l'ordre croissant :
–4,03 ; 2,5 ; –4,3 ; –3,4 ; 2,9

1) 

a) 2,5 **<** *5,5 b) 1,8* **>** *–3,2 c) –1* **>** *–2,5*

Pour des nombres négatifs, la plus grande partie numérique donne le nombre le plus petit !

2) –4,3 < –4,03 < –3,4 < 2,5 < 2,9

PARTIE B : ADDITION ET SOUSTRACTION DE RELATIFS

I. Additions et soustractions avec les nombres relatifs

Vidéo https://youtu.be/9L4Iz1NMPoY

Fiche vierge à télécharger en dernière page.

OPERATION	*OPERATION DECOMPOSEE*	*JEU*	*RESULTAT DU JEU*	*RESULTAT DE L'OPERATION*
3 – 9	3 –9	Gain = 3 Perte = 9	P = 6	–6
–3 + 6	–3 +6	P = 3 G = 6	G = 3	3
–2 – 7	–2 –7	P = 2 P = 7	P = 9	–9
4 + 7	4 +7	G = 4 G = 7	G = 11	11
14 – 21	14 –21	G = 14 P = 21	P = 7	–7
–21 + 32	–21 +32	P = 21 G = 32	G = 11	11
–18 – 12	–18 –12	P = 18 P = 12	P = 30	–30
–13 + 14	–13 +14	P = 13 G = 14	G = 1	1
–10 + 10	–10 +10	P = 10 G = 10	P = 0 ou G = 0	0
–28 + 51	–28 +51	P = 28 G = 51	G = 23	23
–83 – 12	–83 –12	P = 83 P = 12	P = 95	–95
54 – 82	54 –82	G = 54 P = 82	P = 28	–28
43 – 36	43 –36	G = 43 P = 36	G = 7	7

Méthode : Effectuer des additions et soustractions sur les relatifs

Vidéo https://youtu.be/pZyqwDHcGwA

Effectuer : 1) –3 + 8 – 4 + 12 – 13 – 11 + 10
2) –2 + 5 – 10 + 14 + 32 – 18 – 15

1) –3 +8 –4 +12 –13 –11 +10
= 30 – 31
= –1

2) –2 +5 –10 +14 +32 –18 –15

= 51 – 45
= 6

II. Calculs avec des parenthèses

1) La règle des signes

Méthode : Appliquer la règle des signes qui se suivent

Vidéo **https://youtu.be/ZjrmsHRKajg**

Effectuer : 1) 8 – (–5) 2) 3 + (+7) 3) –2 – (+4) 4) 8 + (–3)

1) 8 – (– 5)
= 8 + 5
= 13

L'opposé(–) d'une perte(–) est un gain(+).
Deux « – » qui se suivent, deviennent un « + ».

2) 3 + (+ 7)
= 3 + 7
= 10

Ajouter(+) un gain(+) donne un gain(+).
Deux « + » qui se suivent, deviennent un « + ».

3) –2 – (+4)
= –2 – 4
= –6

L'opposé(–) d'un gain(+) est une perte(–).
Un « – » suivi d'un « + » devient un « – ».

4) 8 + (– 3)
= 8 – 3
= 5

Ajouter(+) une perte(–) donne une perte(–).
Un « + » suivi d'un « – » devient un « – ».

Règle des signes qui se suivent :

+ + ⟶ +
– – ⟶ +
+ – ⟶ –
– + ⟶ –

Propriété : Soustraire revient à additionner l'opposé.

Exemple : 13 – 7 = 13 + (–7)

2) Priorité des parenthèses

Méthode : Effectuer des additions et soustractions sur les relatifs (priorités)

Vidéo https://youtu.be/8dXBlHn2jh4

Effectuer : 1) 3 – (1 – 5) 2) 4 + (–7 + 9)
3) (–3) – (–6 + 8) 4) (–3 + 11) + (–7 + 2)

1) 3 – (1 – 5)
= 3 – (–4)
= 3 + 4
= 7

L'opposé(–) d'une perte(–) est un gain(+).
Deux « – » **qui se suivent**, deviennent un « + ».

2) 4 + (–7 + 9)
= 4 + (+2)
= 4 + 2
= 6

Ajouter(+) un gain(+) donne un gain(+).
Deux « + » **qui se suivent**, deviennent un « + ».

3) (–3) – (–6 + 8)
= –3 – (+2)
= –3 – 2
= –5

L'opposé(–) d'un gain(+) est une perte(–).
Un « – » **suivi d'**un « + » devient un « – ».

4) (–3 + 11) + (–7 + 2)
= 8 + (–5)
= 8 – 5
= 3

Ajouter(+) une perte(–) donne une perte(–).
Un « + » **suivi d'**un « – » devient un « – ».

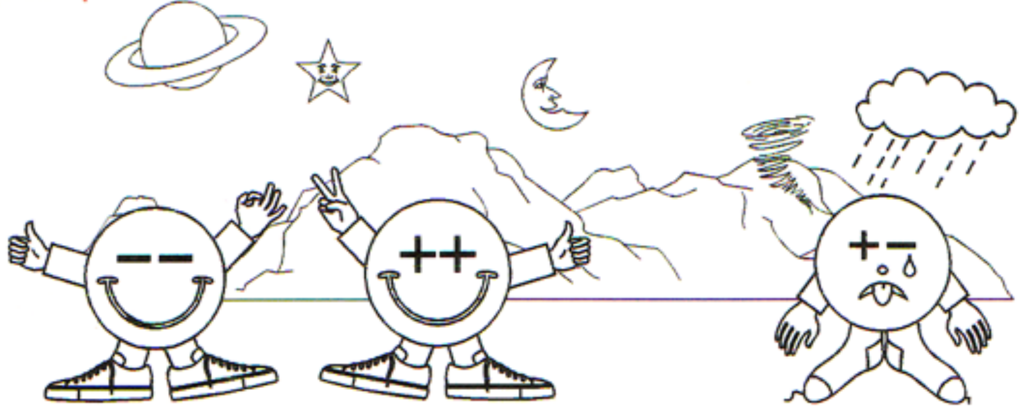
PARTIE C : MULTIPLICATION ET DIVISION DE RELATIFS

I. Multiplication de nombres relatifs

1) Produit de deux nombres relatifs

Exemples : 2 x 7 = 14 + par + devient +
2 x (–7) = –14 + par – devient –
(–2) x 7= –14 – par + devient –
(–2) x (–7) = 14 – par – devient +

Règle des signes :



Règle découverte par le français Nicolas Chuquet (1445 ; 1500)

Remarque : La règle des signes ne s'applique que dans le cas où :
- deux signes se suivent, par exemple 4 – (–3) = 4 + 3
- deux nombres se multiplient.

Ne pas confondre : –2 – 3 = –5 et (–2) x (–3) = 6

2) Produit de plusieurs nombres relatifs

Exemples :

(–2) x 7 x (–2) = 28	2 facteurs – deviennent +
(–2) x (–3) x (–2) = –12	3 facteurs – deviennent –
(–2) x (–2) x (–3) x (–2) x 5 = 120	4 facteurs – deviennent +
(–1) x (–1) x (–1) x (–1) x (–1) = –1	5 facteurs – deviennent –

Règle des signes (cas général) :
Lorsqu'on multiplie des nombres relatifs :
- s'il y a un nombre pair de facteurs négatifs, alors le produit est positif,
- s'il y a un nombre impair de facteurs négatifs, alors le produit est négatif.

Méthode : Appliquer la règle des signes

Vidéo **https://youtu.be/q-vHvhiizqY**

Quel est le signe du nombre : (–15) x (–2,5) x (–8,3) x 7 x (–14,65) ?

Le nombre contient 4 facteurs négatifs. 4 est un nombre pair donc le produit est **positif**.

3) Nombres au carré et nombres au cube

Méthode : Appliquer la règle des signes sur un carré ou un cube

Vidéo https://youtu.be/l_BleoCE-3Y

Effectuer : $(-7)^2$; $(-2)^3$; -5^2 et $3 \times (-3)^3$

$(-7)^2 = 49$ (2 facteurs négatifs)
$(-2)^3 = -8$ (3 facteurs négatifs)
$-5^2 = -25$ (1 facteur négatif)
$3 \times (-3)^3 = -81$ (3 facteurs négatifs)

II. Division de nombres relatifs

Règle des signes :
Lorsqu'on divise deux nombres relatifs :
– s'ils sont de même signe, le résultat est positif ;
– s'ils sont de signe contraire, le résultat est négatif.

Exemples : a) $\frac{-4}{-5} = \frac{4}{5}$

b) $\frac{-4}{5} = \frac{4}{-5} = -\frac{4}{5}$

Conséquences :
$\frac{-a}{-b} = \frac{a}{b}$ $\quad$ $\frac{-a}{b} = \frac{a}{-b} = -\frac{a}{b}$

Méthode : Diviser des nombres relatifs

Vidéo https://youtu.be/Bf11wk3SMTY

Effectuer en donnant la valeur exacte et un arrondi éventuel au centième :

A = $-6 : (-7)$ $\qquad$ B = $\frac{-2\times5}{-9}$ $\qquad$ C = $\frac{-4\times(1-5)}{2-7}$

A = $-6 : (-7)$
= $+6 : 7$
= $\frac{6}{7}$ (valeur exacte)
≈ 0,86 (valeur arrondie au centième)
On obtient en effet à la calculatrice : 0,85714285714286

B = $\frac{-2\times5}{-9}$
= $\frac{10}{9}$

$\approx 1{,}11$

$C = \dfrac{-4\times(1-5)}{2-7}$

$= \dfrac{-4\times(-4)}{-7}$

$= -\dfrac{16}{5}$ Trois facteurs négatifs donne un quotient négatif.

$= -3{,}2$

III. Calculs avec des priorités

Méthode : Effectuer des calculs sur les nombres relatifs contenant des priorités

Vidéo https://youtu.be/p_-4EYjsOiA

Effectuer : A = 7 + 4 x (–8) B = 15 – (7 – 8 x 2) : 10
C = (–7 – 4) x (–2) D = –3 – (–4 + 8) x (2 – 9)

A = 7 + 4 x (–8)
= 7 – 32 = –25

B = 15 – (7 – 8 x 2) : 10
= 15 – (7 – 16) : 10
= 15 – (–9) : 10
= 15 + 0,9
= 15,9

C = (–7 – 4) x (–2)
= –11 x (–2)
= + 22 = 22

D = –3 – (–4 + 8) x (2 – 9)
= –3 – (4) x (2 – 9)
= –3 – 4 x (–7)
= –3 + 28
= 25