# PROPORTIONNALITÉ

## I. Reconnaître une situation de proportionnalité

### 1) Exemples

Méthode : Reconnaître une situation de proportionnalité

**Vidéo** **https://youtu.be/dz5hBWSaWPc**
**Vidéo** **https://youtu.be/QgjbpX_kciA**

1) Le filet de 3 kg d'oranges est vendu 2 € 70.
Mme Radine demande à l'épicier d'ouvrir un filet car elle ne souhaite acheter que 5 oranges dont le poids est de 2 kg 100. Elle paye 1 € 89.
Elle voudrait savoir si le prix payé est proportionnel à la quantité achetée ?

2) Des stylos sont vendus par lots de trois, de six ou de neuf.

| Nombres de stylos | 3 | 6 | 9 |
|---|---|---|---|
| Prix du lot en € | 0,90 | 1,80 | 2,50 |

Le prix est-il proportionnel au nombre de stylos achetés ?

3) Les tarifs pour faire des tours de manèges sont présentés dans le tableau suivant :

| Nombres de tours | 1 | 2 | 3 | 5 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|
| Prix | 2 | 4 | 6 | 10 | 20 |

Le prix est-il proportionnel au nombre de tours de manège ?

1) 2,7 : 3 = **0,9**
1,89 : 2,1 = **0,9**
Les quotients sont égaux. Le prix payé est donc proportionnel à la quantité achetée.
**0,9** est le coefficient de proportionnalité.

2) 3 + 6 = 9
0,90 + 1,80 = 2,70 $\neq$ 2,50
En additionnant le prix de 3 stylos et le prix de 6 stylos, on ne trouve pas le prix de 9 stylos. Le prix des stylos n'est donc pas proportionnel à leur nombre.

3) *1* **x 2** = *2*    *2* **x 2** = *4*    *3* **x 2** = *6*    *5* **x 2** = *10*    *10* **x 2** = *20*
Le prix est **2 fois** plus grand que le nombre de tours. Il s'agit bien d'une situation de proportionnalité. **2** est le coefficient de proportionnalité.

Propriétés :
- Deux grandeurs sont proportionnelles si l'on peut passer de l'une à l'autre en multipliant par un même nombre : le **coefficient de proportionnalité**.

- Dans un tableau de proportionnalité, les nombres de la $2^e$ ligne sont obtenus en multipliant les nombres de la $1^{er}$ ligne par un même nombre : le **coefficient de proportionnalité**.

Méthode : Reconnaître la proportionnalité

**Vidéo** https://youtu.be/O7oU-J1OqCw

Vérifier si les tableaux suivants représentent une situation de proportionnalité :

a)

| | | |
|---|---|---|
| 3,2 | 1,3 | 5,4 |
| 22,4 | 9,1 | 37,8 |

b)

| | | |
|---|---|---|
| 2,4 | 4,5 | 3,9 |
| 0,8 | 1,5 | 1,25 |

a) 22,4 : 3,2 = 7
9,1 : 1,3 = 7
37,8 : 5,4 = 7
Il s'agit d'un tableau de proportionnalité.
Le coefficient de proportionnalité est 7.

b) 2,4 : 0,8 = 3
4,5 : 1,5 = 3
3,9 : 1,25 $\neq$ 3
Il ne s'agit pas d'un tableau de proportionnalité.

2) Graphique

**Vidéo** https://youtu.be/Ta0fHOtLJKw

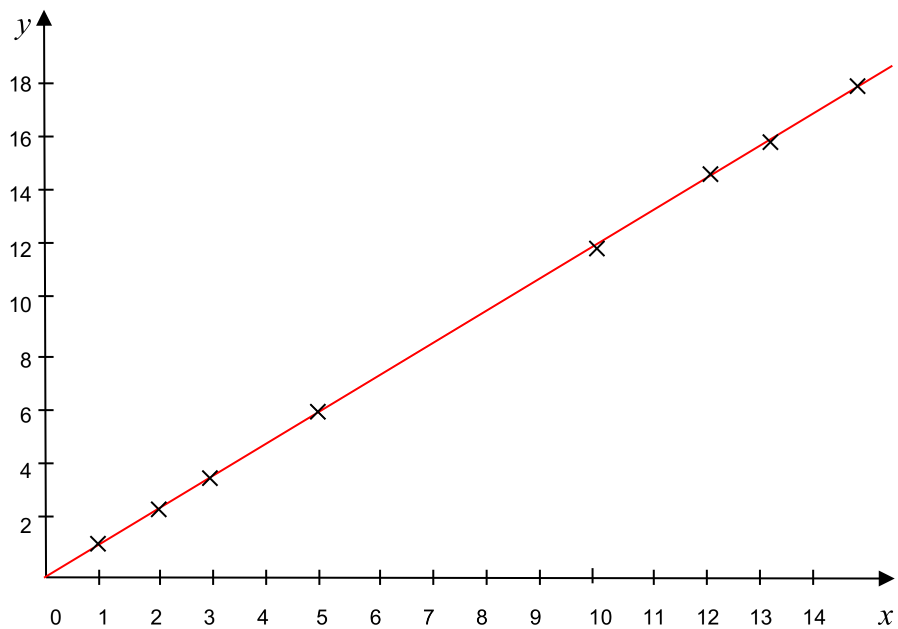
On a représenté dans le graphique ci-dessous les données du tableau :
Exemple :

| Grandeur 1 | 1 | 2 | 3 | 5 | 10 | 12 | 13 | 15 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Grandeur 2 | 1,2 | 2,4 | 3,6 | 6 | 12 | 14,4 | 15,6 | 18 |

On constate qu'on obtient tous les nombres de la $2^e$ ligne du tableau en multipliant les nombres de la $1^{ère}$ ligne par 1,2.
1,2 est le coefficient de proportionnalité.

On représente alors les données du tableau dans un graphique :

Sur un graphique, on reconnaît une situation de proportionnalité, lorsque cette situation est représentée par **des points alignés avec l'origine**.




## II. Appliquer une situation de proportionnalité

Méthode : Appliquer une situation de proportionnalité

**Vidéo** https://youtu.be/FhqOflHSs-8
**Vidéo** https://youtu.be/H2WLKZ3VNqc
**Vidéo** https://youtu.be/g6O2B_5TuCc

1) Un cycliste a parcouru 50 km en 3 heures. En supposant qu'il roule toujours à la même vitesse, compléter le tableau :

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Distance en km | | 100 | 150 | | 110 | 30 | |
| Temps en min | | | | 270 | | | 72 |

2) Compléter le tableau de proportionnalité suivant :

| | | |
|---|---|---|
| Durée de communications du forfait téléphonique en h | 300 | 7,5 |
| Prix du forfait en € | 35 | |

3) Pour faire des crêpes pour 5 personnes, on a besoin de 400 g de farine, 3 œufs et 1 litre de lait.
Quelle quantité de farine sera nécessaire pour 4 personnes ?

1) Comme le cycliste roule toujours à la même vitesse, il y a proportionnalité entre la distance et le temps.

| Distance en km | 50 | 100 | 150 | 75 | 110 | 30 | 20 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Temps en min | 180 | 360 | 540 | 270 | 396 | 108 | 72 |

x2 +  :2  x3,6

Pour calculer le coefficient de proportionnalité, on fait par exemple :
180 : 50 = 3,6

2) 300 : 35 et 35 : 300 ne donnent pas de valeur exacte. Exprimons le coefficient de proportionnalité sous une écriture fractionnaire :

35 : 300 = $\frac{35}{300} = \frac{7}{60}$

| Durée de communications du forfait téléphonique en h | 300 | 7,5 |
|---|---|---|
| Prix du forfait en € | 35 | 0,875 |

x $\frac{7}{60}$

7,5 x $\frac{7}{60}$ = 7,5 : 60 x 7 = 0,875

3) Revenons à l'unité en calculant la quantité de farine nécessaire pour une personne : 400 : 5 = 80 g
Pour 4 personnes, il en faut 4 fois plus, soit : 4 x 80 = 320g.

# III. Produits en croix et quatrième proportionnelle

## 1) Produits en croix

Propriété des produits en croix :

| | |
|---|---|
| a | c |
| b | d |

Dans un tableau de proportionnalité, on a l'égalité : a x d = b x c.

**Méthode :** Appliquer les produits en croix

**Vidéo** https://youtu.be/NKdhdmVoY1g

| Grandeur 1 | 3 | 4 |
|---|---|---|
| Grandeur 2 | 8,4 | 11,2 |

Les grandeurs 1 et 2 sont-elles proportionnelles ?

On a : 3 x 11,2 = 33,6 et : 4 x 8,4 = 33,6
D'après la propriété des produits en croix, on en déduit que les grandeurs 1 et 2 sont proportionnelles.

## 2) Quatrième proportionnelle

Méthode : Calculer une quatrième proportionnelle

**Vidéo** https://youtu.be/2UDYG_hRCU4

2,5 kg de pommes coûtent 3 €. Combien coûtent 1,8 kg ?

On présente les données de l'énoncé dans un tableau de proportionnalité :

| | | |
|---|---|---|
| prix : | 3 | $x$ |
| poids : | 2,5 | 1,8 |

$x$ = 1,8 x 3 : 2,5 = 2,16 € *(conséquence des produit en croix)*
1,8 kg de pommes coûtent 2,16 €.

La méthode du **produit en croix** permet de calculer la 4ème valeur d'un tableau de proportionnalité connaissant les 3 autres.
Pour cela, on commence par multiplier sur la diagonale (le signe « x » fait penser à deux diagonales !) et on divise ensuite sur la colonne (le signe « : » fait penser à une colonne !).

Méthode : Utiliser la proportionnalité

**Vidéo** https://youtu.be/qllXnid2UsE
**Vidéo** https://youtu.be/Qd6FDygCqDI

Il est conseillé de ne pas trop boire de soda. En effet, ces boissons contiennent beaucoup de sucre.
Sur une étiquette d'une canette de soda, on peut lire :
« Teneur en sucre : 10,8 g pour 100 mL de boisson. »
1) Quelle quantité de sucre contient une canette de 33 cL ?
2) À combien de morceaux de sucre de 6 g cela correspond ?


1) On présente les données dans un tableau de proportionnalité :

| | | |
|---|---|---|
| **Masse de sucre** (en g) | 10,8 | $x$ |
| **Quantité de boisson** (en mL) | 100 | 330 |

avec 33cL = 330 mL

On a donc : $x$ = 330 x 10,8 : 100 = 35,64 g.
Il y a donc 35,64 g de sucre dans la canette.

2) On calcule le nombre de morceaux de sucre dans la canette : 35,64 : 6 = 5,94.
Une canette de ce soda contient l'équivalent d'environ 6 morceaux de sucre.

# IV. Grandeurs

## 1) Unités de durée

| Heure | Minute | Seconde |
|---|---|---|
| h | min | s |
| 1h = 3600s | 1min = 60s | 1s |

Conversions :

Par exemple :
1h = 60min (l'*h* est 60 fois plus grande que la *min*)

Méthode : Calculer des durées

Vidéo https://youtu.be/ZV7VG7NzDwE

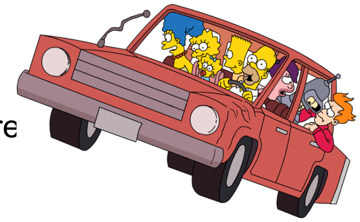
1) Convertir 25min en s.
2) Calculer 2h 35min + 3h 48min.

1) 25min = 25 x 60s (la *min* est 60 fois plus grande que la *s*)
= 1500s

2) 2h 35min + 3h 48min = 5h 83min = 5h + 1h 23min = 6h 23min

## 2) Vitesse moyenne

Exemple :
Un automobiliste roule à la vitesse moyenne de 120 km/h.
*Interprétation :* A vitesse constante, il parcourt 120 km durant 1 heure.



Compléter alors le tableau :

| Distance | 240 | 600 | 60 | 30 | 180 | 2 | 270 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Temps | 2h | 5h | ½ h | ¼ h | 1h 1/2 | 1min | 2h 1/4 |

Remarque : km/h se note également km.h$^{-1}$

Vitesse moyenne (en km/h) = $\dfrac{\text{Distance (en km)}}{\text{Temps (en h)}}$

On note de façon abrégée : $V = \dfrac{D}{T}$

Conséquence : $D = V \times T$

Méthode : Effectuer des calculs de vitesse

**Vidéo** https://youtu.be/1t6fCpwVT6o

1) La vitesse du son est de 1224 km/h. Exprimer cette vitesse en m/s.
2) La vitesse de la lumière est de 300 000 km/s. Exprimer cette vitesse en km/h.

1) $V$ = 1224 km/h = $\dfrac{1224\ km}{1\ h} = \dfrac{1\,224\,000\ m}{3600\ s} = \dfrac{340\ m}{1\ s}$ = 340 m/s

2) $V$ = 300 000 km/s = $\dfrac{300\,000\ km}{1\ s} = \dfrac{300\,000\ km \times 3600}{3600\ s} = \dfrac{1\,080\,000\,000\ km}{1\ h}$
= 1 080 000 000 km/h

# V. Échelle

Une carte à l'échelle $\dfrac{1}{1000}$ signifie que, par exemple :
1 ***cm*** sur la carte représente 1000 ***cm*** dans la réalité.

## 1) Utiliser une échelle

Méthode : Appliquer une échelle

**Vidéo** https://youtu.be/-nKF5P_xxyQ

A quelle distance réelle correspond une longueur mesurée de 8,3 cm sur une carte à l'échelle $\dfrac{1}{1000}$ ?

On complète les données de l'énoncé dans un tableau de proportionnalité :

| | | |
|---|---|---|
| carte : | 1 | 8,3 |
| réel : | 1000 | $x$ |

x1000

$x$ = 8,3 x 1000 = 8300 cm = 83 m
La distance réelle est égale à 83 m.

2) Calculer une échelle

Méthode : Rechercher une échelle

**Vidéo** https://youtu.be/82qxwdhWYq8

Un bateau de 25 m correspond à une longueur de 10 cm sur son modèle réduit.
Quelle est l'échelle de réduction ?

On complète les données de l'énoncé dans un tableau de proportionnalité :

| | | |
|---|---|---|
| *Modèle réduit :* | 10 | 1 |
| *Réel :* | 2500* | $x$ |

x 250

*25 m = 2500 cm

$x$ = 1 x 250 = 250.

L'échelle est $\frac{1}{250}$.