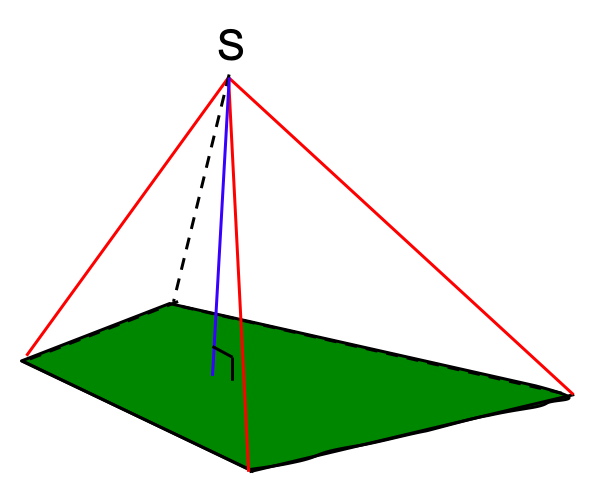
PYRAMIDE ET CÔNE

I. La pyramide

1) Vocabulaire

Définition :

Une **pyramide** est un solide formé d’un polygone « surmonté » d’un sommet.



S : le sommet

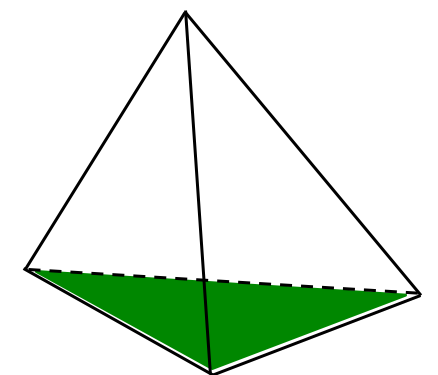
En vert : la base, un polygone

En rouge : les arêtes latérales

En bleu : la hauteur *Pyramide du Louvre - Paris*

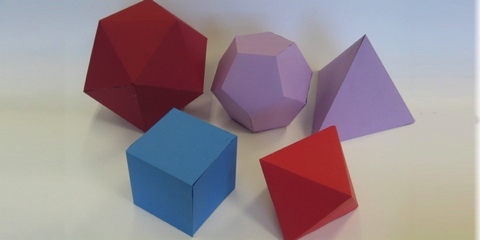
2) Une pyramide particulière : le tétraèdre

Vient du grec *tetra* (= 4) et *edros* (= base)



La base est un triangle

***Euclide*** a prouvé qu’il existe seulement 5 polyèdres réguliers (toutes les faces sont des polygones réguliers) : l’icosaèdre, le dodécaèdre, le tétraèdre, le cube, l’octaèdre. Ce sont les polyèdres de Platon qui symbolisaient selon lui : l’Eau, l’Univers, le Feu, la Terre et l’Air.



3) Patron

Méthode : Construire un patron d’une pyramide

 **Vidéo** [**https://youtu.be/GXkxA\_\_A44A**](https://youtu.be/GXkxA__A44A)

A

E

F

D

C

B

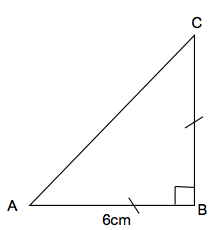
G

H

6cm

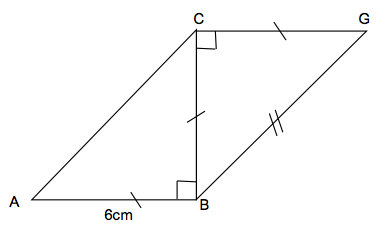
Construire le patron de la pyramide GABC inscrite

dans le cube ABCDEFGH.



On commence par tracer par exemple la base de la pyramide :

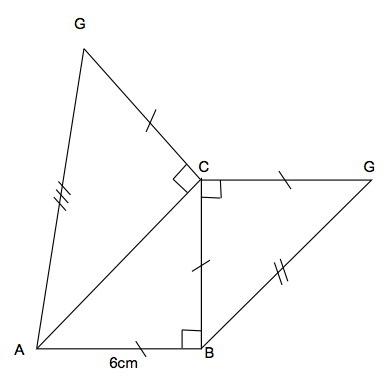
le triangle ABC rectangle et isocèle en B tel que AB = BC = 6 cm.



On trace ensuite la face de droite :

le triangle BCG rectangle et isocèle en C tel que

CG = 6 cm.



On trace ensuite la face arrière :

le triangle ACG rectangle en C tel que

CG = 6 cm.

On finit en traçant la face de devant : le triangle ABG. Pour cela, on reporte au compas les longueurs AG et BG déjà construites sur les autres triangles.

B

A

C

G

G

6 cm

G

II. Le cône de révolution

1) Vocabulaire

Définition :

Un **cône** (ou cône de révolution) est un solide obtenu en faisant tourner un triangle rectangle autour d’un des côtés de l’angle droit.

*En grec « kônos » signifiait une pomme de pin*

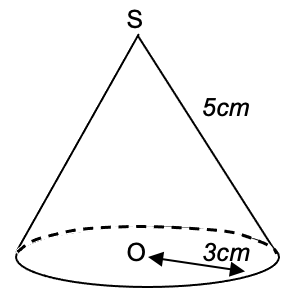
S

S : le sommet

En vert : la base, un disque

En rouge : les génératrices

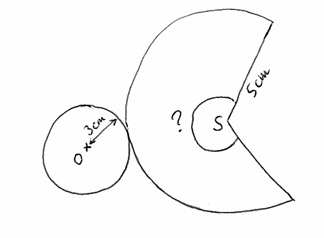
En bleu : la hauteur

2) Patron :

Méthode : Construire un patron d’un cône

 **Vidéo** [**https://youtu.be/hepr9p3Svbw**](https://youtu.be/hepr9p3Svbw)

Construire le patron du cône ci-contre.



On commence par faire un patron à main levée.

- Périmètre de la base =

Or, le périmètre de la base est égal au périmètre de l’arc car ils se touchent.

Donc :

Périmètre de l’arc

- Périmètre du disque de centre S et de rayon 5 cm = .

Dans un cercle, la longueur de l’arc est proportionnelle à la mesure de l’angle au centre qui le définit.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Angle au centre | 360 |  |
| Longueur de l’arc |  |  |

O

S

B

A

5cm

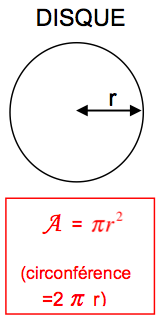
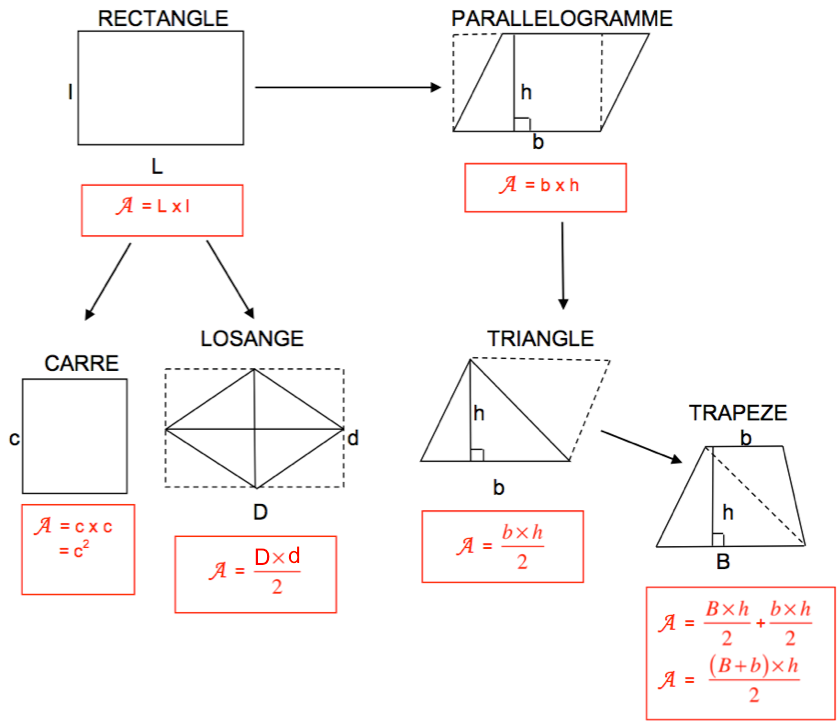
3cm

216°

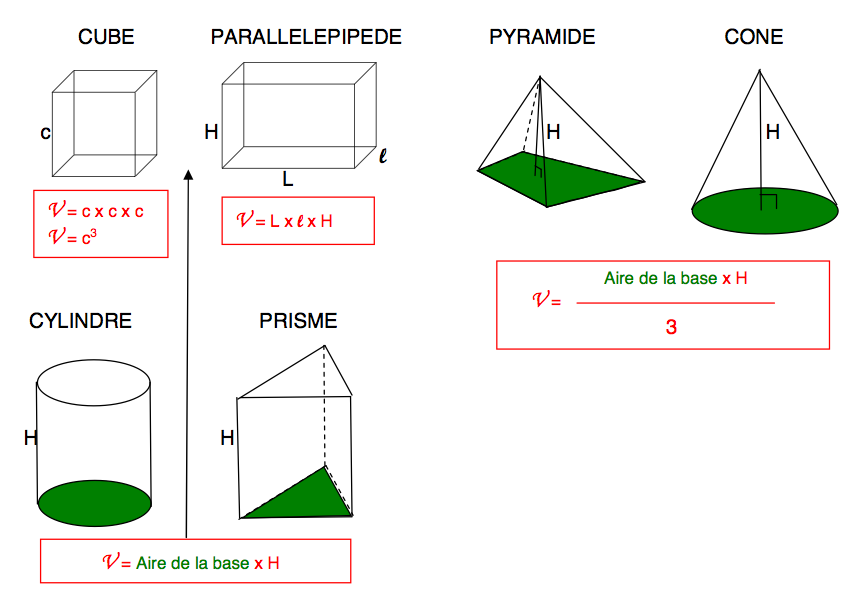
On construit ainsi le patron en vraie grandeur :

III. Volumes

1) Rappels : formules d’aires



2) Formules de volumes



Un premier exemple simple :

 **Vidéo** [**https://youtu.be/RzIJ5Fq2fiU**](https://youtu.be/RzIJ5Fq2fiU)

Méthode : Calculer le volume d’une pyramide

 **Vidéo** [**https://youtu.be/KKon\_cIVd9k**](https://youtu.be/KKon_cIVd9k)

S

3,5 cm

H

C

B

A

AB = 4 cm et CH = 5 cm.

La hauteur de la pyramide est de 3,5 cm

Calculer son volume arrondi au centième de *cm3*.

Calcul de l’aire de la base :

La base est un triangle de hauteur CH = 5 cm.

*A =* = = 10 *cm2*

Calcul du volume de la pyramide :

La pyramide a pour hauteur = 3,5 cm.

*V = =*  =  *cm3* ≈ 11,67 *cm3*

Calcul du volume d’un cône :

 **Vidéo** [**https://youtu.be/kMssaNRPXz8**](https://youtu.be/kMssaNRPXz8)

IV. Agrandissement et réduction

1) Exemple d’introduction : Une pyramide réduite

C

4cm

6cm

E

G

F

B

A

D

Les faces CBA et CBD de la pyramide sont des triangles rectangles en B et

la base DBA est un triangle rectangle et isocèle en B.

CB = 6 cm et AB = 4 cm.

1) Calculer :

• L’aire du triangle DBA ;

• Le volume de la pyramide CDAB.

2) On coupe la pyramide par un plan parallèle à la base passant par le

point E tel que CE = 3 cm.

La pyramide CGFE est une réduction de la pyramide CDAB.

Calculer :

• Le coefficient de réduction ;

• L’aire du triangle GEF ;

• Le volume de la pyramide CGFE.

1) • *A*DBA = B x h : 2 = 4 x 4 : 2 = 8 cm2

• *V*CABD = *A*DBA x H : 3 = 8 x 6 : 3 = 16 cm3

2) • = 0,5

0,5 est le coefficient de réduction. ➜ Les longueurs sont multipliées par 0,5.

• (EF = GE= 0,5 x 4 = 2 cm)

*A*GEF = B x h : 2 = 2 x 2 : 2 = 2 cm2

Compléter : *A*GEF = ? x *A*DBA

2 = ? x 8

? = 2 : 8 = 0,25 (= 0,52)

*A*GEF = 0,52 x *A*DBA ➜ Les aires sont multipliées par 0,52.

• *V*CEFG = *A*GEF x H : 3 = 2 x 3 : 3 = 2 cm3

Compléter : *V*CEFG = ? x *V*CABD

2 = ? x 16

? = 2 : 16 = 0,125 (= 0,53)

*V*CEFG = 0,53 x *V*CABD ➜ Les volumes sont multipliés par 0,53.

2) Propriétés

Propriétés :

Pour un agrandissement ou une réduction de rapport *k*,

-les longueurs sont multipliées par *k*,

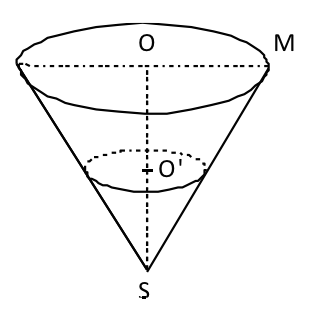
-les aires sont multipliées par *k2*,

-les volumes sont multipliés par *k3*.

Remarque : Dans la pratique, on applique directement la propriété.

3) Application

Méthode : Appliquer un agrandissement ou une réduction

 **Vidéo** [**https://youtu.be/YBwMKghrSOE**](https://youtu.be/YBwMKghrSOE)

Le récipient représenté ci-contre a une forme conique et a pour

dimensions : OM = 6 cm et SO = 12 cm.

1) Calculer, en cm3, le volume de ce récipient.  
Donner la valeur exacte puis la valeur arrondie au dixième de cm3.

2) On remplit d'eau le récipient jusqu'au point O' tel que SO' = 4,5 cm.

Le cône formé par l'eau est une réduction du cône initial.

Calculer le coefficient de réduction.

3) Déduire une valeur approchée du volume d'eau.

1) Aire de la base du récipient :

Il s’agit d’un disque de rayon OM = 6 cm, donc : *A* = πR2 = π x 62 = 36π

Volume du récipient :

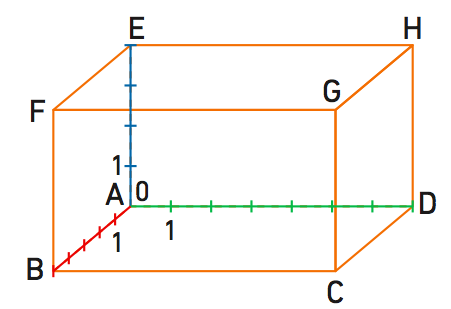
Il s’agit d’un cône de hauteur SO = 12 cm, donc :

2) Coefficient de réduction :

Le coefficient de réduction est le rapport de deux longueurs qui se correspondent sur les deux solides. On prend ici les hauteurs SO et SO’ des deux solides.

3) Pour une réduction de rapport *k* =0,375, les volumes sont multipliés par *k3* =0,3753.

Ainsi, le volume du petit cône correspondant à l’eau dans le récipient est égal à :

V. Repérage dans l’espace

1) Repère de l’espace

Un parallélépipède peut définir un repère de l’espace.

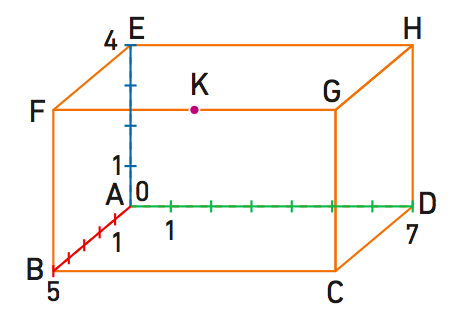
Il faut choisir une origine (ici le point A) et trois axes gradués définis à partir des dimensions du parallélépipède : abscisse – ordonnée – altitude

Méthode : Se repérer sur le parallélépipède rectangle

 **Vidéo** [**https://youtu.be/OTUHNsf1Gek**](https://youtu.be/OTUHNsf1Gek)

On donne le repère de l’espace représenté ci-dessous défini à partir du parallélépipède ABCDEFGH.

Donner l’abscisse, l’ordonnée et l’altitude des sommets du parallélépipède et du milieu K du segment [FG].



Pour chaque point, on note dans l’ordre entre parenthèses l’abscisse, l’ordonnée et l’altitude.

A(0 ; 0 ; 0) E(0 ; 0 ; 4) K(3,5 ; 5 ; 4)

B(0 ; 5 ; 0) F(0 ; 5 ; 4)

C(7 ; 5 ; 0) G(7 ; 5 ; 4)

D(7 ; 0 ; 0) H(7 ; 0 ; 4)



Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

[*www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales*](http://www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales)