DÉVELOPPEMENTS

I. La distributivité avec des nombres

1) Exemple d'introduction

Un restaurateur a commandé 3 caisses de jus d'orange et 5 caisses de jus de raisin.
Chaque caisse contient 24 bouteilles de jus.
Combien a-t-il commandé de bouteilles en tout ?

Solution 1 :

Nombre de caisses en tout :
3 + 5 = 8

Nombre de bouteilles :
24 x 8 = 192

Calcul effectué :
24 x (3 + 5)

=

Solution 2 :

Nombre de bouteilles de jus d'orange :
24 x 3 = 72

Nombre de bouteilles de jus de raisin :
24 x 5 = 120

Nombre de bouteilles en tout :
72 + 120 = 192

Calcul effectué :
24 x 3 + 24 x 5

2) Formule de distributivité

$$24 \times (\overset{\boxed{1}}{3} + \overset{\boxed{2}}{5}) = \overset{\boxed{1}}{24 \times 3} + \overset{\boxed{2}}{24 \times 5}$$

Je distribue une multiplication par 24,
c'est la distributivité

On dit que la multiplication est distributive par rapport à l'addition.

Méthode : Appliquer la distributivité

Vidéo **https://youtu.be/Jdvi2WbIkjo**

Distribuer les multiplications suivantes :
a) 34 x (14 + 7)   b) 12 x (7 + 8)   c) (8 + 3) x 7   d) 25 x (84 – 16)

a) 34 x (14 + 7) = 34 x 14 + 34 x 7
b) 12 x (7 + 8) = 12 x 7 + 12 x 8
c) (8 + 3) x 7 = 7 x 8 + 7 x 3
d) 25 x (84 – 16) = 25 x 84 – 25 x 16

On dit aussi que la multiplication est distributive par rapport à la soustraction.

3) Application au calcul mental

« Calculer mentalement 32 x 101 ! On trouve 3232 !
Quelle méthode permet d'obtenir ce résultat rapidement ?»

Méthode : Appliquer la distributivité au calcul mental

Vidéo **https://youtu.be/ByzozWOSOAY**

Calculer astucieusement : a) 32 x 101 b) 32 x 99 c) 13 x 102 d) 28 x 999

1) 32 x 101 = 32 x (100 + 1)
= 32 x 100 + 32 x 1 ← On distribue
= 3200 + 32 = 3232

2) 32 x 99 = 32 x (100 – 1)
= 32 x 100 – 32 x 1 ← On distribue
= 3200 – 32 = 3168

3) 13 x 102 = 13 x (100 + 2)
= 13 x 100 + 13 x 2
= 1300 + 26 = 1326

4) 28 x 999 = 28 x (1000 – 1)
= 28 x 1000 – 28 x 1
= 28000 – 28 = 27972

Astuces :
101 = 100 + 1
99 = 100 – 1
1010 = 1000 + 10
12 = 10 + 2
105 = 100 + 5

On connaît des règles de calcul mental pour multiplier par 10 par 100, par 1000, par 2, par 5, etc …
On décompose donc un des facteurs en somme ou différence formée de termes du type 10, 100, 1000, 1, 2, 5, …

II. La distributivité avec des lettres

1) Développer une expression

Définition :
Développer une expression, c'est transformer un produit en somme ou différence.

Dans la pratique, développer c'est « perdre les parenthèses ».

Méthode : Développer une expression

Vidéo https://youtu.be/S_ckQpWzmG8
Vidéo https://youtu.be/URNld8xsXgM

Développer les expressions suivantes :

a) $2(3 + y)$ b) $-5(x - y)$ c) $-3(-2x + y)$ d) $x(-4 - y)$

e) $2x(x - y + 4)$ f) $(-4 + x) \times 5$ g) $-(3 - x)$ h) $+(-1 + x) = -1 + x$

a) $2(3 + y) = 6 + 2y$

b) $-5(x - y) = -5x + 5y$

c) $-3(-2x + y) = 6x - 3y$

d) $x(-4 - y) = -4x - xy$

e) $2x(x - y + 4) = 2x^2 - 2xy + 8x$

f) $(-4 + x) \times 5 = -20 + 5x$

g) $-(3 - x) = -3 + x$ *On dit que* $3 - x$ *et* $-3 + x$ *sont opposés.*

h) $+(-1 + x) = -1 + x$

2) Formules

k (a + b) = ka + kb   k (a – b) = ka – kb
(a + b) k = ak + bk   (a – b) k = ak – bk

III. Réduire une expression

Méthode : Développer et réduire une expression

Vidéo https://youtu.be/qEUb4lU-HiY
Vidéo https://youtu.be/4PTioyfnmqc

1) Réduire les expressions suivantes :

$A = 4x + 3x$
$B = 2a + 4 - 3a + 6 - 2a + 8a - 8$
$C = x^2 + 8x - 7 - 8x + 14 - 2x^2 + 3x$

2) Développer et réduire les expressions suivantes :

$D = -(-x + 3) + 2(x - 5)$
$E = 7 - 2(x - 2)$

1) A = $4x + 3x = (4 + 3)x = 7x$
Dans la pratique, on peut directement réduire l'expression sans passer par la factorisation.

B = $2a + 4 - 3a + 6 - 2a + 8a - 8$
$= 5a + 2$

C = $x^2 + 8x - 7 - 8x + 14 - 2x^2 + 3x$
$= -x^2 + 3x + 7$

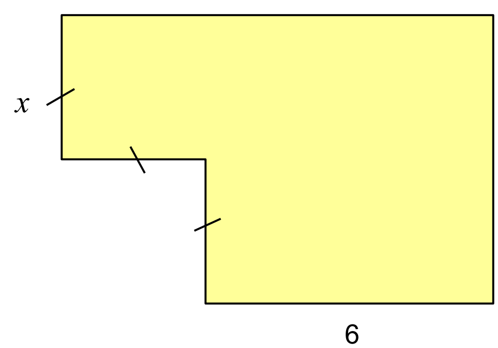
2) A = $-(-x + 3) + 2(x - 5)$
$= x - 3 + 2x - 10$
$= 3x - 13$

B = $7 - 2(x - 2)$
$= 7 - 2x + 4$
$= -2x + 11$

Méthode : Démontrer que deux expressions sont égales

Vidéo https://youtu.be/8-Bc8Dy3cQQ

On a vu dans le chapitre « Calcul littéral (Partie 1) *I.* » que l'aire de la figure ci-dessous peut s'exprimer de différentes façons en fonction de x.



$x^2 + 2x \times 6$

$2x(x + 6) - x^2$

$x \times 6 + (x + 6) \times x$

Prouver que toutes les expressions sont égales.

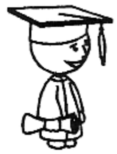
$x^2 + 2x \times 6 = x^2 + 12x$

$2x(x + 6) - x^2 = 2x^2 + 12x - x^2 = x^2 + 12x$

$x \times 6 + (x + 6) \times x = 6x + x^2 + 6x = x^2 + 12x$

Les 3 expressions sont donc égales.

IV. La double distributivité



$$(a+b)(c+d) = \underset{1}{ac} + \underset{2}{ad} + \underset{3}{bc} + \underset{4}{bd}$$

Méthode : Appliquer la double distributivité pour développer

Vidéo https://youtu.be/YS-3JI_z2f0
Vidéo https://youtu.be/1EPOmbvoAIU
Vidéo https://youtu.be/6NfvFZf1pAI
Vidéo https://youtu.be/o6qVMmA3oTQ

Développer et réduire si possible :

A = $(x + 3)(y + 2)$ B = $(3 - 2x)(4 - x)$

C = $2(3 + x)(3 - x)$ D = $2x(1 - x) - (x - 3)(3x + 2)$

E = $(x + 2)(4x - 3) - x(7 - x)$

A = $xy + 2x + 3y + 6$

B = $12 - 3x - 8x + 2x^2$
= $2x^2 - 11x + 12$

C = $2(9 - 3x + 3x - x^2)$
= $18 - 6x + 6x - 2x^2$
= $-2x^2 + 18$

D = $2x(1 - x) - (x - 3)(3x + 2)$
= $2x - 2x^2 - (3x^2 + 2x - 9x - 6)$
= $2x - 2x^2 - 3x^2 - 2x + 9x + 6$
= $-5x^2 + 9x + 6$

E = $(x + 2)(4x - 3) - x(7 - x)$
= $4x^2 - 3x + 8x - 6 - 7x + x^2$
= $5x^2 - 2x - 6$

V. Les identités remarquables

1) Identités remarquables

Propriété : Les identités remarquables
Pour tous nombres réels a et b, on a :

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

Exemples :
$(x-5)^2 = x^2 - 2 \times x \times 5 + 5^2 = x^2 - 10x + 25$
$(x-1)(x+1) = x^2 - 1^2 = x^2 - 1$

Méthode : Appliquer une identité remarquable pour développer (1)

Vidéo https://youtu.be/6j0oMQlaBYg
Vidéo https://youtu.be/U98Tk89SJ5M

Développer et réduire éventuellement :

A = $(x + 3)^2$ B = $(4 - 3x)^2$ C = $(x - 3)(x + 3)$
D = $(2x + 3)(2x - 3)$ E = $(4 - 3x)(3x + 4)$

$A = (x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$ $2ab = 2 \times x \times 3$

$B = (4 - 3x)^2 = 16 - 24x + (3x)^2$ $2ab = 2 \times 4 \times 3x$
$= 9x^2 - 24x + 16$

$C = (x - 3)(x + 3) = x^2 - 3^2 = x^2 - 9$

$D = (2x + 3)(2x - 3) = 4x^2 - 9$

$E = (4 - 3x)(3x + 4) = (4 - 3x)(4 + 3x) = 4^2 - (3x)^2 = 16 - 9x^2$

Méthode : Appliquer les identités remarquables pour développer (2)

Vidéo https://youtu.be/7va96s4OfiM

Développer et réduire en utilisant les identités remarquables :

A = $(2x - 3)^2 + (x + 5)(3 - x)$
B = $(x - 3)(x + 3) - (4 - 3x)^2$
C = $2(x + 3) + (2x + 3)(2x - 3)$

$A = (2x - 3)^2 + (x + 5)(3 - x)$
$= 4x^2 - 12x + 9 + 3x - x^2 + 15 - 5x$
$= 3x^2 - 14x + 24$

$B = (x - 3)(x + 3) - (4 - 3x)^2$
$= x^2 - 9 - (16 - 24x + 9x^2)$
$= x^2 - 9 - 16 + 24x - 9x^2$
$= -8x^2 + 24x - 25$

$C = 2(x + 3) + (2x + 3)(2x - 3)$
$= 2x + 6 + (2x)^2 - 3^2$
$= 2x + 6 + 4x^2 - 9$
$= 4x^2 + 2x - 3$

VI. Réduire au même dénominateur

Définition :
Réduire au même dénominateur c'est transformer une somme (ou une différence) de deux fractions en une seule fraction.

Propriété :
Pour tout nombre *a, b, c* et *d*, réels on a :

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad}{bd} + \frac{bc}{bd} = \frac{ad+bc}{bd}$$

Méthode : Réduire au même dénominateur

Vidéo https://youtu.be/Id_udNTKsql

Réduire les expressions suivantes au même dénominateur :

$$A = \frac{7x}{x-2} - \frac{5}{3-x} \qquad B = 3 + \frac{5x}{2x+1}$$

$$A = \frac{7x}{x-2} - \frac{5}{3-x}$$

$$= \frac{7x(3-x)}{(x-2)(3-x)} - \frac{5(x-2)}{(3-x)(x-2)}$$

$$= \frac{7x(3-x) - 5(x-2)}{(x-2)(3-x)}$$

$$= \frac{21x - 7x^2 - 5x + 10}{(x-2)(3-x)}$$

$$= \frac{-7x^2 + 16x + 10}{(x-2)(3-x)}$$

$$B = 3 + \frac{5x}{2x+1}$$
$$= \frac{3}{1} + \frac{5x}{2x+1}$$
$$= \frac{3(2x+1)}{2x+1} + \frac{5x}{2x+1}$$
$$= \frac{3(2x+1)+5x}{2x+1}$$
$$= \frac{6x+3+5x}{2x+1}$$
$$= \frac{11x+3}{2x+1}$$