DÉVELOPPEMENTS

I. La distributivité avec des nombres

1) Exemple d’introduction

Un restaurateur a commandé 3 caisses de jus d’orange et 5 caisses de jus de raisin.

Chaque caisse contient 24 bouteilles de jus.

Combien a-t-il commandé de bouteilles en tout ?

|  |  |
| --- | --- |
| Solution 1 :Nombre de caisses en tout :3 + 5 = 8Nombre de bouteilles :24 x 8 = 192*Calcul effectué :**24 x (3 + 5 )* ***=*** | Solution 2 :Nombre de bouteilles de jus d’orange :24 x 3 = 72Nombre de bouteilles de jus de raisin :24 x 5 = 120Nombre de bouteilles en tout :72 + 120 = 192*Calcul effectué :**24 x 3 + 24 x 5* |

2) Formule de distributivité

**2**

**1**

**1**

**2**

**24 x ( 3 + 5 ) = 24 x 3 + 24 x 5**

Je distribue une multiplication par 24,

c’est la distributivité

On dit que la multiplication est distributive par rapport à l’addition.

Méthode : Appliquer la distributivité

 **Vidéo** [**https://youtu.be/Jdvi2WbIkjo**](https://youtu.be/Jdvi2WbIkjo)

Distribuer les multiplications suivantes :

a) 34 x (14 + 7) b) 12 x (7 + 8) c) (8 + 3) x 7 d) 25 x (84 – 16)

a) 34 x (14 + 7) b) 12 x (7 + 8) c) (8 + 3) x 7 d) 25 x (84 – 16)

 = 34 x 14 + 34 x 7 = 12 x 7 + 12 x 8 = 7 x 8 + 7 x 3 = 25 x 84 – 25 x 16

On dit aussi que la multiplication est distributive par rapport à la soustraction.

3) Application au calcul mental

*« Calculer mentalement 32 x 101 ! On trouve 3232 !*

*Quelle méthode permet d’obtenir ce résultat rapidement ?»*

Méthode : Appliquer la distributivité au calcul mental

 **Vidéo** [**https://youtu.be/ByzozWOSOAY**](https://youtu.be/ByzozWOSOAY)

Calculer astucieusement : a) 32 x 101 b) 32 x 99

 c) 13 x 102 d) 28 x 999

1) 32 x 101 = 32 x (100 + 1)

 = 32 x 100 + 32 x 1 ← On distribue

 = 3200 + 32 = 3232

2) 32 x 99 = 32 x (100 – 1)

 = 32 x 100 – 32 x 1 ← On distribue

 = 3200 – 32 = 3168

3) 13 x 102 *=* 13 x (100 + 2)

 = 13 x 100 + 13 x 2

 = 1300 + 26 = 1326

4) 28 x 999 *=* 28 x (1000 – 1)

 = 28 x 1000 – 28 x 1

 = 28000 – 28 = 27972

Astuces :

101 = 100 + 1

99 = 100 – 1 On connaît des règles de calcul mental pour multiplier par 10

1010 = 1000 + 10 par 100, par 1000, par 2, par 5, etc …

12 = 10 + 2 On décompose donc un des facteurs en somme ou différence

105 = 100 + 5 formée de termes du type 10, 100, 1000, 1, 2, 5, …

II. La distributivité avec des lettres

1) Développer une expression

Définition :

**Développer** une expression, c’est transformer un produit en somme ou différence.

Dans la pratique, développer c’est « perdre les parenthèses ».

Méthode : Développer une expression

 **Vidéo** [**https://youtu.be/S\_ckQpWzmG8**](https://youtu.be/S_ckQpWzmG8)

 **Vidéo** [**https://youtu.be/URNld8xsXgM**](https://youtu.be/URNld8xsXgM)

Développer les expressions suivantes :

a) 2(3 + *y*) b) –5(*x* – *y*) c) –3(–2*x* + *y*) d) *x*(–4 – *y*)

e) 2*x*(*x* – *y* + 4) f) (–4 + *x*) x 5 g) –(3 – *x*) h) +(–1 + *x*) *= –*1 *+ x*

a) 2(3 + *y*) *=* 6 + 2*y*

b) –5(*x* – *y*) *= –*5*x +* 5*y*

c) –3(–2*x* + *y*) *=* 6*x –* 3*y*

d) *x*(–4 – *y*) *= –*4*x – xy*

e) 2*x*(*x* – *y* + 4) *=* 2*x2 –* 2*xy +* 8*x*

f) (–4 + *x*) x 5 = –20 *+* 5*x*

g) –(3 – *x*) *= –*3 *+ x On dit que* 3 *– x et –*3 *+ x sont opposés.*

h) +(–1 + *x*) *= –*1 *+ x*

2) Formules

k (a + b) = ka + kb k (a – b) = ka – kb

(a + b) k = ak + bk (a – b) k = ak – bk

III. Réduire une expression

Méthode : Développer et réduire une expression

 **Vidéo** [**https://youtu.be/qEUb4IU-HiY**](https://youtu.be/qEUb4IU-HiY)

 **Vidéo** [**https://youtu.be/4PTioyfnmqc**](https://youtu.be/4PTioyfnmqc)

1) Réduire les expressions suivantes :

A = 4*x* + 3*x*

B = 2*a* + 4 – 3*a* + 6 – 2*a* + 8*a* – 8

C = *x*2 + 8*x* – 7 – 8*x* + 14 – 2*x*2 + 3*x*

2) Développer et réduire les expressions suivantes :

D = *–* (*–x* + 3) + 2(*x* – 5)

E = 7 – 2(*x* – 2)

1) A = 4*x* + 3*x* = (4+ 3)*x* = 7*x*

Dans la pratique, on peut directement réduire l’expression sans passer par la factorisation.

 B = 2*a +* 4 *–* 3*a +* 6 – 2*a +* 8*a –* 8

 = 5*a +* 2

 C = *x*2 *+* 8*x –* 7 *–* 8*x* + 14 – 2*x*2 *+* 3*x*

 *=* –*x*2 *+* 3*x +* 7

2) A = *–* (*–x +* 3)+ 2(*x –* 5)

 *= x –* 3  *+* 2*x –* 10

 *=* 3*x –* 13

 B = 7 *–* 2(*x –* 2)

 *=* 7 *–* 2*x* + 4

 *= –*2*x +* 11

Méthode : Démontrer que deux expressions sont égales

 **Vidéo** [**https://youtu.be/8-Bc8Dy3cQQ**](https://youtu.be/8-Bc8Dy3cQQ)

On a vu dans le chapitre « Calcul littéral (Partie 1) *I*. » que l’aire de la figure ci-dessous peut s’exprimer de différentes façons en fonction de *x*.

6

*x*

$x^{2}+2x×6$

$$2x\left(x+6\right)-x^{2}$$

$$x×6+\left(x+6\right)×x$$

Prouver que toutes les expressions sont égales.

$x^{2}+2x×6=x^{2}+12x$

$$2x\left(x+6\right)-x^{2}=2x^{2}+12x-x^{2}=x^{2}+12x$$

$$x×6+\left(x+6\right)×x=6x+x^{2}+6x=x^{2}+12x$$

Les 3 expressions sont donc égales.

IV. La double distributivité



 

Méthode : Appliquer la double distributivité pour développer

 **Vidéo** [**https://youtu.be/YS-3JI\_z2f0**](https://youtu.be/YS-3JI_z2f0)

 **Vidéo** [**https://youtu.be/1EPOmbvoAlU**](https://youtu.be/1EPOmbvoAlU)

 **Vidéo** [**https://youtu.be/6NfvFZf1pAI**](https://youtu.be/6NfvFZf1pAI)

 **Vidéo** [**https://youtu.be/o6qVMmA3oTQ**](https://youtu.be/o6qVMmA3oTQ)

Développer et réduire si possible :

A = (*x* + 3)(*y* + 2) B = (3 – 2*x*)(4 – *x*)

C = 2(3 + *x*)(3 – *x*) D = 2*x*(1 – *x*) – (*x* – 3)(3*x* + 2)

E = $\left(x+2\right)\left(4x-3\right)-x\left(7-x\right)$

A = *xy +* 2*x +* 3*y +* 6

B = 12 – 3*x –* 8*x +* 2*x2*

 *=* 2*x2 –* 11*x +* 12

 C = 2(9 – 3*x* + 3*x* – *x*2)

 = 18 – 6*x* + 6*x* – 2*x*2

 = – 2*x*2 + 18

 D = 2*x*(1 – *x*) – (*x* – 3)(3*x* + 2)

 = 2*x* – 2*x*2 – (3*x*2 + 2*x* – 9*x* – 6)

 = 2*x* – 2*x*2 – 3*x*2 – 2*x* + 9*x* + 6

 = – 5*x*2 + 9*x* + 6

 E = $\left(x+2\right)\left(4x-3\right)-x\left(7-x\right)$

 = $4x^{2}-3x+8x-6-7x+x^{2}$

 = $5x^{2}-2x-6$

V. Les identités remarquables

1) Identités remarquables

Propriété : Les identités remarquables

Pour tous nombres réels a et b, on a :

(a + b)2 = a2 + 2ab + b2

(a – b)2 = a2 – 2ab + b2

(a + b)(a – b) = a2 – b2

Exemples :

$$\left(x-5\right)^{2}=x^{2}-2×x×5+5^{2}=x^{2}-10x+25$$

$$\left(x-1\right)\left(x+1\right)=x^{2}-1^{2}=x^{2}-1$$

Méthode : Appliquer une identité remarquable pour développer (1)

 **Vidéo** [**https://youtu.be/6j0oMQlaBYg**](https://youtu.be/6j0oMQlaBYg)

 **Vidéo** [**https://youtu.be/U98Tk89SJ5M**](https://youtu.be/U98Tk89SJ5M)

Développer et réduire éventuellement :

A = (*x* + 3)2 B = (4 – 3*x*)2 C = (*x* – 3)(*x* + 3)

D = (2*x* + 3)(2*x* – 3) E = (4 – 3*x*)(3*x* + 4)

*A =* (*x +* 3)2 *= x*2 *+* 6*x +* 92ab = 2 x *x* x 3

*B =* (4 – 3*x*)2 *=* 16 – 24*x +* (3*x*)22ab = 2 x 4 x 3*x*

 *=* 9*x*2 – 24*x +* 16

*C =* (*x* – 3)(*x* + 3) *= x2 –* 3*2 = x2 –* 9

*D =* (2*x +* 3)(2*x* –3) *=* 4*x2* –9

*E =* (4 – 3*x*)(3*x* + 4) *=* (4 – 3*x*)(4 + 3*x*) = 4*2 –* (3*x*)2= 16 *–* 9*x2*

Méthode : Appliquer les identités remarquables pour développer (2)

 **Vidéo** [**https://youtu.be/7va96s4OfiM**](https://youtu.be/7va96s4OfiM)

Développer et réduire en utilisant les identités remarquables :

A = (2*x* – 3)2 + (*x* + 5)(3 – *x*)

B = (*x* – 3)(*x* + 3) – (4 – 3*x*)2

C = 2(*x* + 3) + (2*x* + 3)(2*x* – 3)

*A =* (2*x* – 3)2 + (*x* + 5)(3 – *x*)

 *=* 4*x*2 – 12*x* + 9 + 3*x* – *x*2 + 15 – 5*x*

 *=* 3*x*2 – 14*x* + 24

*B =* (*x* – 3)(*x* + 3) – (4 – 3*x*)2

 *=*  *x*2 – 9 – (16 – 24*x* + 9*x*2)

 *=*  *x*2 – 9 – 16 + 24*x* – 9*x*2

 *=* – 8*x*2 + 24*x* – 25

*C =* 2(*x* + 3) + (2*x* + 3)(2*x* – 3)

 *=* 2*x* + 6 +(*2x*)*2 –* 3*2*

 *=* 2*x* + 6 +4*x2 –* 9

 *=* 4*x2 +* 2*x* – 3

###### VI. Réduire au même dénominateur

Définition :

Réduire au même dénominateur c'est transformer une somme (ou une différence) de deux fractions en une seule fraction.

Propriété :

Pour tout nombre *a, b, c* et *d*, réels on a :

 $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{ad}{bd}+\frac{bc}{bd}=\frac{ad+bc}{bd}$

Méthode : Réduire au même dénominateur

 **Vidéo** [**https://youtu.be/Id\_udNTKsqI**](https://youtu.be/Id_udNTKsqI)

Réduire les expressions suivantes au même dénominateur :

$$A=\frac{7x}{x-2}-\frac{5}{3-x} B=3+\frac{5x}{2x+1}$$

$$A=\frac{7x}{x-2}-\frac{5}{3-x}$$

$$ =\frac{7x\left(3-x\right)}{\left(x-2\right)\left(3-x\right)}-\frac{5\left(x-2\right)}{\left(3-x\right)\left(x-2\right)} =\frac{21x-7x^{2}-5x+10}{\left(x-2\right)\left(3-x\right)}$$

$$ =\frac{7x\left(3-x\right)-5\left(x-2\right)}{\left(x-2\right)\left(3-x\right)} =\frac{-7x^{2}+16x+10}{\left(x-2\right)\left(3-x\right)}$$

$$B=3+\frac{5x}{2x+1}$$

$$ =\frac{3}{1}+\frac{5x}{2x+1} =\frac{6x+3+5x}{2x+1}$$

$$ =\frac{3\left(2x+1\right)}{2x+1}+\frac{5x}{2x+1} =\frac{11x+3}{2x+1}$$

$$ =\frac{3\left(2x+1\right)+5x}{2x+1}$$

Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

[*www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales*](http://www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales)