

LES PUISSANCES

PARTIE A : PUISSANCE D'UN NOMBRE

I. Nombre au carré, nombre au cube

▶ Vidéo <https://youtu.be/x35fh5SVRMQ>

3×3 s'écrit 3^2
 6×6 s'écrit 6^2
 $5 \times 5 \times 5$ s'écrit 5^3
 $x \times x$ s'écrit x^2 et se lit « x au carré ».

$x \times x \times x$ s'écrit x^3 et se lit « x au cube ».

Notation introduite par René Descartes XVIIe

II. Puissances quelconques

1) Exemples et définition

▶ Vidéo <https://youtu.be/jts9wiXPhtk>

3 à la puissance 4	5 à la puissance 3	0 à la puissance 6	1 à la puissance 5	9 à la puissance 1	-3 à la puissance 4
3^4	5^3	0^6	1^5	9^1	$(-3)^4$
$3 \times 3 \times 3 \times 3$	$5 \times 5 \times 5$	$0 \times 0 \times 0 \times 0 \times 0 \times 0$	$1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1$	9	$(-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3)$
81	125	0	1	9	81

$$a^4 = a \times a \times a \times a$$

De façon générale :

$$a^n = a \times a \times a \times a \times \dots \times a$$

avec n facteurs a

2) Cas particuliers

$$a^1 = a \text{ pour tout nombre } a$$

$$a^0 = 1 \text{ pour tout nombre } a \text{ non nul}$$

$$0^n = 0 \text{ pour tout nombre entier } n \text{ non nul}$$

$$1^n = 1 \text{ pour tout nombre entier } n$$

Divertissement :

Belles égalités :

$$3^3 + 4^3 + 5^3 = 6^3$$

$$10^2 + 11^2 + 12^2 = 13^2 + 14^2$$

$$3^3 + 4^4 + 3^3 + 5^5 = 3435$$

3) Attention aux signes !

Ne pas confondre : $(-3)^4 = (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) = 81$
 et : $-3^4 = -3 \times 3 \times 3 \times 3 = -81$

Méthode : Utiliser la notation des puissances

 Vidéo <https://youtu.be/4CEYTrvUP0I>

Calculer :

$$\begin{array}{llllll} A = (-5)^2 & B = -1^2 & C = (-1)^2 & D = -3^3 & E = (-2)^2 & F = -7^2 \\ G = (-9)^0 & H = -9^0 & I = -3^2 \times (1 - 2)^2 & J = (-3 + 8)^3 \times (1 - 2)^2 & & \end{array}$$

$$\begin{array}{llllll} A = (-5)^2 & B = -1^2 & C = (-1)^2 & D = -3^3 & E = (-2)^2 & F = -7^2 \\ = 25 & = -1 & = 1 & = -27 & = 4 & = -49 \end{array}$$

$$\begin{array}{llll} G = (-9)^0 & H = -9^0 & I = -3^2 \times (1 - 2)^2 & J = (-3 + 8)^3 \times (1 - 2)^2 \\ = 1 & = -1 & = -9 \times (-1)^2 & = (5)^3 \times (-1)^2 \\ & & = -9 \times 1 = -9 & = 125 \times 1 = 125 \end{array}$$

4) Puissances d'exposant négatif

On dit que : $a^{-1} = \frac{1}{a}$ est l'inverse de a .

De façon générale : $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

Méthode : Utiliser les puissances d'exposant négatif

 Vidéo <https://youtu.be/5miQxq30zhY>

Écrire les quotients sous la forme a^{-n} :

$$A = \frac{1}{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3} \quad B = \frac{1}{(-6) \times (-6) \times (-6)} \quad C = \frac{1}{(-6)^8 \times (-1)^8}$$

$$A = \frac{1}{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3} = \frac{1}{3^5} = 3^{-5}$$

$$B = \frac{1}{(-6) \times (-6) \times (-6)} = \frac{1}{(-6)^3} = (-6)^{-3}$$

$$C = \frac{1}{(-6)^8 \times (-1)^8} = \frac{1}{6^8} = 6^{-8}$$

PARTIE B : PUISSANCE DE 10

I. Définition

1) Exemples :

a) $10^5 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 100\ 000$ (1 suivi de 5 zéros)

b) $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$ (1 suivi de 3 zéros)

$$10^n = \underbrace{10 \times 10 \times 10 \times \dots \times 10}_{\text{avec } n \text{ facteurs } 10}$$

2) Cas des puissances de 10 d'exposant négatif :

Exemple :

$$\frac{1}{10^4} = \frac{1}{10000} = 0,0001 = 10^{-4}$$

↑ 1 précédé de 4 zéros

$$10^{-n} = \underbrace{0,00\dots01}_{\text{avec } n \text{ zéros}}$$

On note : $10^{-1} = \frac{1}{10} = 0,1$

De façon générale : $10^{-n} = \frac{1}{10^n}$

Méthode : Utiliser les puissances de 10

 Vidéo <https://youtu.be/D5Fe9Fv6CqQ>

 Vidéo <https://youtu.be/TSeL-rVZNPQ>

1) Écrire les nombres sous forme décimale : $A = 10^3$ $B = 10^{-3}$ $C = 10^{-5}$

2) Écrire les nombres sous la forme 10^n ou 10^{-n} : $D = 1\ 000\ 000$ $E = 0,0001$

3) Écrire les quotients sous la forme 10^{-n} : $F = \frac{1}{10^5}$ $G = \frac{1}{10 \times 10 \times 10}$ $H = \frac{1}{10^2 \times 10^3}$

1) $A = 1000$ $B = 0,001$ $C = 0,00001$

2) $D = 10^6$ $E = 10^{-4}$

3) $F = \frac{1}{10^5} = 10^{-5}$ $G = \frac{1}{10 \times 10 \times 10} = \frac{1}{10^3} = 10^{-3}$

$$H = \frac{1}{10^2 \times 10^3} = \frac{1}{100 \times 1000} = \frac{1}{100\ 000} = \frac{1}{10^5} = 10^{-5}$$

$$A = 8\,300\,000 = 8,3 \times 10^6$$

$$B = 0,000\,000\,456 = 4,56 \times 10^{-7} \quad \text{Compter le nombre de déplacements de la virgule}$$

$$C = 0,002\,31 = 2,31 \times 10^{-3}$$

$$D = 147,3 \times 10^5 = 1,473 \times 10^7$$

$$E = 0,0125 \times 10^{-2} = 1,25 \times 10^{-4}$$

3) La notation scientifique sur la calculatrice

▶ Vidéo <https://youtu.be/xMR4hFMdTMY> (CASIO)

▶ Vidéo https://youtu.be/IIOkQuUy_ow (HP)

▶ Vidéo <https://youtu.be/7eKVeIM9IF8> (TI)

A l'aide de la calculatrice, on effectue les opérations de la première colonne pour compléter le tableau :

OPERATION	AFFICHAGE EN ECRITURE SCIENTIFIQUE	ECRITURE DÉCIMALE
$850\,000 \times 450\,000$	$3,825 \times 10^{11}$	382 500 000 000
$8500 \times 7200 \times 2500$	$1,53 \times 10^{11}$	153 000 000 000
$57 : 2\,000\,000 : 2\,000\,000$	$1,425 \times 10^{-11}$	0,000 000 000 014 25
$250 \times 6500 \times 9200$	$1,495 \times 10^{10}$	14 950 000 000
$63 : 300\,000 : 500\,000$	$4,2 \times 10^{-10}$	0,000 000 000 42

Exercice : A l'aide de la calculatrice, effectuer les opérations suivantes :

On exprimera les résultats en notation scientifique.

- $2,32 \times 10^5 \times 3,14 \times 10^3 = 7,284 \times 10^8$
- $4,12 \times 10^{12} + 3,11 \times 10^{11} = 4,431 \times 10^{12}$
- $3,125 \times 10^{24} - 3,125 \times 10^{23} = 2,8125 \times 10^{24}$
- $78,34 \times 10^{58} = 7,834 \times 10^{59}$
- $9,82 \times 10^{-7} \times 6,18 \times 10^{-8} = 6,06876 \times 10^{-14}$
- $1,58 \times 10^{22} + 1,32 \times 10^{21} = 1,712 \times 10^{22}$
- $3,895 \times 10^{14} - 2,145 \times 10^{13} = 3,6805 \times 10^{14}$

PARTIE C : OPÉRATIONS SUR LES PUISSANCES

I. Puissances quelconques

Avec $n \in \mathbb{Z}$ et $p \in \mathbb{Z}$

$a^n \times a^p = a^{n+p}$	$\frac{a^n}{a^p} = a^{n-p}$	$(a^n)^p = a^{n \times p}$	$(a \times b)^n = a^n \times b^n$	$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$
----------------------------	-----------------------------	----------------------------	-----------------------------------	--

Méthode : Effectuer des calculs sur les puissances

 Vidéo <https://youtu.be/FBmVDGvUtJ4>

 Vidéo <https://youtu.be/cY6xdxT7kLM>

Exprimer sous la forme d'une seule puissance :

$$A = 4^5 \times 4^7 \quad B = \frac{5^4}{5^6} \quad C = 7^3 \times (7^2)^6$$

$$D = 6^7 \times 9^7$$

$$A = 4^5 \times 4^7$$

$$= 4^{5+7}$$

$$= 4^{12}$$

$$B = \frac{5^4}{5^6}$$

$$= 5^{4-6}$$

$$= 5^{-2}$$

$$C = 7^3 \times (7^2)^6$$

$$= 7^3 \times 7^{2 \times 6}$$

$$= 7^3 \times 7^{12}$$

$$= 7^{3+12}$$

$$= 7^{15}$$

$$D = 6^7 \times 9^7$$

$$= (6 \times 9)^7$$

$$= 54^7$$

II. Puissances de 10

$$10^m \times 10^p = 10^{m+p} \quad \frac{10^m}{10^p} = 10^{m-p} \quad (10^m)^p = 10^{m \times p}$$

Méthode : Appliquer les formules sur les puissances de 10

 Vidéo https://youtu.be/GWz5_veC12U

Écrire sous la forme 10^n ou 10^{-n} :

$$A = 10^4 \times 10^7 \quad B = \frac{10^{-4}}{10^5} \quad C = (10^2)^{-6} \quad D = 10^{-4} \times (10^3)^{-1} \quad E = \frac{10^7}{10^{-3} \times 10^{-5}}$$

$$A = 10^4 \times 10^7$$

$$= 10^{4+7}$$

$$= 10^{11}$$

$$B = \frac{10^{-4}}{10^5}$$

$$= 10^{-4-5}$$

$$= 10^{-9}$$

$$C = (10^2)^{-6}$$

$$= 10^{2 \times (-6)}$$

$$= 10^{-12}$$

$$D = 10^{-4} \times (10^3)^{-1}$$

$$= 10^{-4} \times 10^{3 \times (-1)}$$

$$= 10^{-4} \times 10^{-3}$$

$$= 10^{-4-3}$$

$$= 10^{-7}$$

$$E = \frac{10^7}{10^{-3} \times 10^{-5}}$$

$$= \frac{10^7}{10^{-3-5}}$$

$$= \frac{10^7}{10^{-8}}$$

$$= 10^{7-(-8)}$$

$$= 10^{15}$$

Méthode : Appliquer les formules et écrire le résultat sous forme scientifique

 Vidéo <https://youtu.be/EL4dBiBbL-U>

Donner l'écriture scientifique des nombres :

$$A = 4 \times 7 \times 10^{-5} \times 10^{-8} \quad B = \frac{7 \times 10^{-4} \times 5 \times 10^8}{56 \times 10^{-9}} \quad C = \frac{32 \times 10^{-4} + 6 \times 10^{-3}}{2 \times 10^{-5}}$$

$$\begin{aligned} A &= 4 \times 7 \times 10^{-5} \times 10^{-8} & B &= \frac{7 \times 5}{56} \times \frac{10^{-4} \times 10^8}{10^{-9}} & C &= \frac{0,0032 + 0,006}{2 \times 10^{-5}} \\ &= 28 \times 10^{-13} & &= 0,625 \times \frac{10^4}{10^{-9}} & &= \frac{0,0092}{2} \times \frac{1}{10^{-5}} \\ &= 2,8 \times 10^{-12} & &= 0,625 \times 10^{13} & &= 0,0046 \times 10^5 \\ & & &= 6,25 \times 10^{12} & &= 4,6 \times 10^2 \end{aligned}$$



Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales