LES NOMBRES DÉCIMAUX

EVOLUTION DES CHIFFRES

DE L’INDE … A L’EUROPE

Pour écrire les nombres, on utilise 10 symboles que nous appelons « chiffres » :

1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9 ; 0. C’est le système décimal. Nos 10 doigts en sont certainement à l’origine.

Les chiffres que nous appelons arabe ont pour origine les Indes. Ce sont les arabes qui emprunteront le **système de numération** aux Indes.

Le moine français *Gerbert d’Aurillac* (qui est devenu le pape *Sylvestre II*) les amène en Europe.

Le «0» qui vient aussi de l’Inde est resté longtemps ignoré ; ils l’appelaient « sûnya » = vide.

Le mathématicien italien *Léonard de Pise* dit *Fibonacci* (1180 ; 1250) introduit en Europe la **numération de position** : la valeur du chiffre varie en fonction de la place qu’il occupe dans l’écriture du nombre.

*Al Kashi* (1380 ; 1430), astronome à Samarkand (Asie), est à l’origine des **nombres décimaux** (nombres à virgule) mais c’est le mathématicien belge *Simon Stevin* qui se rapprochera de la notation actuelle.

Il notait par exemple le nombre 89,532 :



C’est un progrès considérable pour effectuer des opérations par rapport à l’écriture romaine.

Le mot « virgule » vient du latin « virgula » qui désignait une petite branche.

**PARTIE A : ECRITURE DES NOMBRES DÉCIMAUX**

I. Numération de position

1) Rang des chiffres



Exemple : 4832,326

Dans le nombre ci-dessus :

- Bien que 4 soit inférieur à 8, la valeur du chiffre 4 est supérieure à celle du chiffre 8 dans l’écriture du nombre. C’est le principe de la numération de position.

- le nombre contient 483 232 centièmes ou encore 483 dizaines.

Méthode : Reconnaître le rang d’un chiffre dans un nombre

 **Vidéo** [**https://youtu.be/icGHAYyXaE4**](https://youtu.be/icGHAYyXaE4)

Dans chaque cas, donner le rang du chiffre souligné :

4567 6740,56 41876,7 67,5357 87,986 6439,78

45**6**7 : dizaine 674**0**,56 : unité 41876,**7** : dixième

67,53**5**7 : millième 87,9**8**6 : centième 6**4**39,78 : centaine

2) Quelques grands nombres :

Million *(1 000 000)* Quintillion *(1 suivi de 30 zéros)* Décillion *(1 suivi de 60 zéros)*

Milliard *(1 000 000 000)* Sextillion *(1 suivi de 36 zéros)* Googol *(1 suivi de 100 zéros)*

Billion *(1 000 000 000 000)* Septillion *(1 suivi de 42 zéros)* Googolplex *(1 suivi de Googol zéros)*

Billiard *(1 suivi de 15 zéros)* Octillion *(1 suivi de 48 zéros)* *XXe Edward Kasner USA*

Trillion *(1 suivi de 18 zéros)* Nonillion *(1 suivi de 54 zéros)* Asankhyeya *(1 suivi de 140 zéros)*

Quatrillion *(1 suivi de 24 zéros)* *Origine bouddhiques*

3) Nombres entiers et nombres décimaux

Exemples de nombres entiers : 0 ; 5 ; 7 ; 1254

Exemples de nombres décimaux : 2,5 ; 5,3 ; 0,8 ; 0,2 ; 7 ; 0

Attention aux « 0 » inutiles : 3,06~~00~~ ~~0~~3,3 14,~~0~~ 103400

Méthode : Supprimer les « 0 » inutiles dans un nombre

 **Vidéo** [**https://youtu.be/70UhgN2FssQ**](https://youtu.be/70UhgN2FssQ)

Dans chaque cas, supprimer les « 0 » inutiles :

45,60 089 900,450 5,080 45,00

45,6**0** = 45,6 **0**89 = 89 900,45**0** = 900,45 5,08**0** = 5,08 45,**00** = 45

II. Ranger les nombres

1) Comparer

On utilise les symboles : < : « … est inférieur à …»

 > : « …est supérieur à …»

*Les symboles sont introduits par l’anglais Thomas Harriot (XVIe)*

*Dans « inférieur », on retrouve « enfer ». Ces deux mots trouvent leur origine dans la racine latine « inferus » signifiant « en bas ».*

Méthode : Comparer les nombres

 **Vidéo** [**https://youtu.be/fr5GemewG4Q**](https://youtu.be/fr5GemewG4Q)

Comparer les nombres : 8,32 et 8,4.

 ~~8,32 > 8,4 car 32 > 4~~ C’EST FAUX !!!

 32 et 4 n’occupent le même rang dans l’écriture du nombre !

Pour comparer ces deux nombres, il peut être utile de rajouter un « 0 » inutile !

De cette façon, les deux nombres possèdent autant de chiffres après la virgule.

On observe ainsi que 32 < 40

Et donc :

 8,32 < 8,40

2) Ordonner

Méthode : Ordonner les nombres

 **Vidéo** [**https://youtu.be/CqQBuJVMjBE**](https://youtu.be/CqQBuJVMjBE)

1) Ranger les nombres suivants dans l’ordre croissant (du plus petit au plus grand) :

 3 ; 2,31 ; 2,5 ; 1,9

2) Ranger les nombres suivants dans l’ordre décroissant (du plus grand au plus petit) :

 9,6 ; 8,9 ; 11 ; 8,79

1) 1,9 < 2,31 < 2,5 < 3 2) 11 > 9,6 > 8,9 > 8,79

III. Encadrements

Méthode : Encadrer un nombre

 **Vidéo** [**https://youtu.be/s26CK2wO9x8**](https://youtu.be/s26CK2wO9x8)

Encadrer le nombre 33,486 à l’unité, au dixième puis au centième.

Encadrement à l’unité : 33 < 33,486 < 34

Encadrement au dixième : 33,4 < 33,486 < 33,5

Encadrement au centième : 33,48 < 33,486 < 33,49

**PARTIE B : CALCULS POSÉS**

I. Vocabulaire

Addition : 36,3 + 43,96 =  80,26

 Les termes La somme

Soustraction : 29,13 – 12,6 =  16,53

 Les termes La différence

Multiplication : 844,7 x 3,68 =  3108,496

 Les facteurs Le produit

*Facteur vient du latin « factor » = celui qui fait*

II. Addition et soustraction

Méthode : Poser une addition et une soustraction

 **Vidéo** [**https://youtu.be/ytLe8aUq2ZM**](https://youtu.be/ytLe8aUq2ZM)

 **Vidéo** [**https://youtu.be/CFKUxlh6R9s**](https://youtu.be/CFKUxlh6R9s)

Poser les opérations suivantes : 36,3 + 43,96 et 29,13 – 12,6.

 1 1 1

 3 6 , 3 0 2 9 , 1 3

+ 4 3 , 9 6 - 1 21, 6 0

 8 0 , 2 6 1 6 , 5 3

 Aligner les virgules Aligner les virgules

III. Multiplication

Méthode : Poser une multiplication

 **Vidéo** [**https://youtu.be/4YQi\_icWTTI**](https://youtu.be/4YQi_icWTTI)

Poser 844,7 x 3,68.

 8 4 4,**7**

 x 3,**6 8** 3 chiffres après la virgule

 6 7 5 7 6

 5 0 6 8 2

 2 5 3 4 1

 3 1 0 8,**4 9 6** 3 chiffres après la virgule

IV. Division euclidienne

Méthode : Poser une division euclidienne

 **Vidéo** [**https://youtu.be/2Ocfhucc58g**](https://youtu.be/2Ocfhucc58g)

 *Le diviseur*

 *Le quotient*

*Le dividende*

 7 3 1 3 4

 - 6 8 2 1

 0 5 1

 - 3 4

*Le reste*

 1 7

 *Le reste est toujours inférieur au diviseur.*

Légende :

x Dans 73, combien de fois 34 ? 2 fois !

x 2 x 34 = 68

x 73 – 68 = 5 (inférieur au diviseur)

 On abaisse le 1

x Dans 51, combien de fois 34 ? 1 fois !

x 1 x 34 = 34

x 51 – 34 = 17 (inférieur au diviseur)

 On arrête, il n’y a plus rien à abaisser.

 731 = 34 x 21 + 17

 DIVIDENDE = **DIVISEUR** X QUOTIENT + RESTE

V. Division décimale

Méthode : Poser une division décimale

1) Poser 45 : 8 et 32,12 : 4

 **Vidéo** [**https://youtu.be/RbkDd\_p\_EVU**](https://youtu.be/RbkDd_p_EVU)

 **Vidéo** [**https://youtu.be/kagPFHfG-ZU**](https://youtu.be/kagPFHfG-ZU)

 4 5 ,0 0 0 8 *Lorsqu’on « franchit la virgule »*

 - 4 0 *au dividende, on rajoute une virgule*

 0 5 0 5, 625 *au quotient.*

 - 4 8

 2 0

 - 1 6

 4 0

 - 4 0

 0

 3 2 ,1 2 4

 - 3 2

 0 0 1 8, 0 3

 - 0

 1 2

 - 1 2

 0

2) Poser 23 : 11. On donnera une valeur approchée au centième.

 **Vidéo** [**https://youtu.be/CnuDwxwNl9k**](https://youtu.be/CnuDwxwNl9k)

 2 3 ,0 0 0 11

 - 2 2

 1 0 2, 0 9 0 …

 - 0 0

 1 0 0

 - 9 9

 1 0

 - 0 0

 1 0

 23 : 11 ≈ 2,09

Remarque : Poser 17 : 0.

 1 7 0 Dans 17, combien de fois 0 ?

 Question sans réponse car en mathématiques, la

 ? division par 0 est interdite !!!

**PARTIE C : CALCUL MENTAL**

I. Additions et soustractions

Méthode : Effectuer des additions et soustractions avec les nombres décimaux

1) En regroupant parties entières et parties décimales

 **Vidéo** [**https://youtu.be/-KRBP9Ry0LA**](https://youtu.be/-KRBP9Ry0LA)

Calculer mentalement : a) 42,5 + 29,36 b) 79,36 – 21,2

a) 42,5 + 29,36 = 42,50 + 29,36 = 71,86

 Attention : 42,5 + 29,36 $\ne $ 71,41 car 36 et 5 n’ont pas le même rang.

b) 79,36 – 21,2 = 79,36 – 21,20 = 58,16

2) Additionner ou soustraire par 299, 199, 1001, 0,99, …

 **Vidéo** [**https://youtu.be/SqWOGe\_UNhU**](https://youtu.be/SqWOGe_UNhU)

 ex : 2658 + 299 = 2957

2958

*+300*

*-1*

 33,7 - 0,99 = 32,71

32,7

*+0,01*

*-1*

3) Grouper astucieusement les termes

 **Vidéo** [**https://youtu.be/jqrdOtWXxkU**](https://youtu.be/jqrdOtWXxkU)

*Pour le calcul d’une somme, l’ordre des termes n’a pas d’importance.*

*Ce n’est pas vrai pour une différence.*

 ex : 21,26 + 3,12 + 78,74 + 6,88

 21,26 + 3,12 + 78,74 + 6,88

 = 21,26 + 78,74 + 3,12 + 6,88

 = 100 + 10

 = 110

II. Multiplications

Méthode :

1) Multiplier par 4 *(c’est x2 puis x2)*

 **Vidéo** [**https://youtu.be/sgCPBw9vvsM**](https://youtu.be/sgCPBw9vvsM)

 ex : 41 x 4 = 164

*x2*

82

*x2*

2) Multiplier par 0,5  *(c’est :2)*

 **Vidéo** [**https://youtu.be/SgKpjbooXLE**](https://youtu.be/SgKpjbooXLE)

 ex : 32 x 0,5 = 16

*:2*

3) Multiplier par 5 *(c’est x10 puis :2)*

 **Vidéo** [**https://youtu.be/elMm61g3mSI**](https://youtu.be/elMm61g3mSI)

 ex : 66 x 5 = 330

*x10*

*:2*

660

4) Multiplier par 10, 100, 1000,…

 **Vidéo** [**https://youtu.be/pPnCPmWGqyo**](https://youtu.be/pPnCPmWGqyo)

*Lorsqu'on* ***multiplie*** *un nombre par 1000, il* ***« grandit »*** *de* ***3*** *rangs.*

 ex : 32 x 1000 = *32 000* 12 x 500 = *12 x 5 x 100 = 6000*

 6,3 x 100 = *630* 21,21 x 10 = *212,1*

5) Multiplier par 0,1, 0,01, …

 **Vidéo** [**https://youtu.be/yKXry2gyoa8**](https://youtu.be/yKXry2gyoa8)

*Lorsqu'on* ***multiplie*** *un nombre par 0,001, il* ***« réduit »*** *de* ***3*** *rangs.*

 ex : 312 x 0,001 = *0,312* 63 x 0,01 = *0,63*

 1,2 x 0,001 = *0,0012* 21,23 x 0,1 = *2,123*

**À noter :** En 6e, seule la multiplication par 0,1 est exigible.

Les multiplications par 0,01, 0,001, … peuvent être données en exercice.

6) Grouper astucieusement les facteurs

*Pour le calcul d’un produit, l’ordre des facteurs n’a pas d’importance.*

*Ce n’est pas vrai pour un quotient.*

 ex : *2,5 x 6,68 x 4*

 *= 2,5 x 4 x 6,68*

 *= 10 x 6,68 = 66,8*

III. Divisions

Méthode : Calculer mentalement des divisions

1) Diviser par 4 *(c’est****:****2 puis****:****2)*

 **Vidéo** [**https://youtu.be/TR1aTtWHJBE**](https://youtu.be/TR1aTtWHJBE)

 ex : 84  **:** 4 = 21

42

*:2*

*:2*

2) Diviser par 5 *(c’est****:****10 puis x2)*

 **Vidéo** [**https://youtu.be/8jSn2qxKgpU**](https://youtu.be/8jSn2qxKgpU)

 ex : 160  **:** 5 = 32

16

*:10*

*x2*

3) Diviser par 10, 100, 1000,…

 **Vidéo** [**https://youtu.be/pLlBl2V1CC4**](https://youtu.be/pLlBl2V1CC4)

*Lorsqu'on* ***divise*** *un nombre par 100, il* ***« réduit »*** *de* ***2*** *rangs.*

 ex : 312 **:** 1000 = *0,312* 21,1 **:** 10 = *2,11*

 6,3 **:** 100 = *0,063* 0,12 **:** 100 = *0,0012*

IV. La distributivité

1) Formule de distributivité

*« Calculer mentalement 8 x 101 ! On trouve 808 !*

*Quelle méthode permet d’obtenir ce résultat rapidement ?»*

On effectue : 8x (100 + 1) et…

**2**

**2**

**1**

**1**

 **8 x ( 100 + 1 ) = 8 x 100 + 8 x 1**

Je distribue une multiplication par 8,

c’est la distributivité.

Ainsi : 8 x 101 = 800 + 8 = 808

2) Quelques exemples

Méthode : Appliquer la distributivité au calcul mental (1)

 **Vidéo** [**https://youtu.be/ByzozWOSOAY**](https://youtu.be/ByzozWOSOAY)

Calculer astucieusement : a) 32 x 101 b) 30 x 9

 c) 13 x 102 d) 20 x 99

Astuce :

101 = 100 + 1

99 = 100 – 1 On connaît des règles de calcul mental pour multiplier par 10

1010 = 1000 + 10 par 100, par 1000, par 2, par 5, etc …

12 = 10 + 2 On décompose donc un des facteurs en somme ou différence

105 = 100 + 5 formée de termes du type 10, 100, 1000, 1, 2, 5, …

a) 32 x 101 = 32 x (100 + 1)

 = 32 x 100 + 32 x 1 ← On distribue

 = 3200 + 32 = 3232

b) 30 x 9 = 30 x (10 *–* 1)

 = 30 x 10 *–* 30 x 1 ← On distribue

 = 300 – 30 = 270

c) 13 x 102 = 13 x (100 + 2)

 = 13 x 100 + 13 x 2

 = 1300 + 26 = 1326

d) 20 x 99 = 20 x (100 – 1)

 = 20 x 100 – 20 x 1

 = 2000 – 20 = 1980

Méthode : Appliquer la distributivité au calcul mental (2)

Calculer astucieusement : a) 97 x 24 + 3 x 24 b) 15 x 6 + 15 x 4

a) Astuce :

On additionne 97 fois le nombre 24 + on additionne 3 fois le nombre 24. Ce qui revient bien à additionner 100 fois (97 + 3 = 100) le nombre 24.

Donc : 97 x 24 + 3 x 24 = 100 x 24

 = 2400

b) On applique la formule de distributivité de la droite vers la gauche.

 15 x 6 + 15 x 4 = 15 x (6 + 4)

 = 15 x 10

 = 150

V. Ordre de grandeur

Méthode : Calculer un ordre de grandeur dans un calcul

 **Vidéo** [**https://youtu.be/eWG8Fa3q-ZU**](https://youtu.be/eWG8Fa3q-ZU)

Dans chaque cas, donner un ordre de grandeur du résultat :

a) 42,5 + 29,36 b) 69,32 x 103,5 c) 79,36 – 21,2

*On remplace les termes ou les facteurs à calculer par des nombres proches et « plus simples ».*

*Le résultat obtenu est une valeur proche du résultat. On l’appelle un ordre de grandeur.*

a) 42,5 + 29,36 $≈$ *40 + 30 = 70*

b)69,32 x 103,5 $≈$ *70 x 100 = 7000*

c) 79,36 – 21,2 $≈$ *80 – 20 = 60*

**PARTIE D : CALCUL EN LIGNE**

I. Expressions sans parenthèses

Méthode : Calculer une expression sans parenthèse

 **Vidéo** [**https://youtu.be/idB0-F7b1Yk**](https://youtu.be/idB0-F7b1Yk)

Calculer : A = 25 + 6 – 5 – 7 B = 45 : 5 x 2 : 4

 A = 25 + 6 – 5 – 7 B = 45 : 5 x 2 : 4

 = 31 – 5 – 7 = 9 x 2 : 4

 = 26 – 7 = 18 : 4

 = 19 = 4,5

Règle n°1 : En l’absence de parenthèses, on effectue les additions et les soustractions de la gauche vers la droite.

Règle n°2 : En l’absence de parenthèses, on effectue les multiplications et les divisions de la gauche vers la droite.

II. Qui a la priorité « + », « – », « x », « : » ?

Exemple : Effectuer mentalement : 3 + 7 x 8. On trouve : 80 !!! (C’est faux !)

 Effectuer le même calcul à la calculatrice scientifique. On trouve : 59

 En effet : 3 + 7 x 8 = 3 + 56 = 59

Règle n°3 : La multiplication est effectuée avant l’addition et la soustraction.

Règle n°4 : La division aussi !

Méthode : Calculer une expression avec des priorités (x et :)

 **Vidéo** [**https://youtu.be/a-IG\_bjKeJc**](https://youtu.be/a-IG_bjKeJc)

 **Vidéo** [**https://youtu.be/TJH-fiwAt5s**](https://youtu.be/TJH-fiwAt5s)

Calculer : 1) 3 + 4 x 6 2) 4 x 7 – 8 : 2 3) 42 – 3 + 4 x 8

1) 3 + 4 x 6 2) 4 x 7 – 8 : 2 3) 42 – 3 + 4 x 8

 = 3 + 24 = 28 – 4 = 42 – 3 + 32

 = 27 = 24 = 71

III. Calculs avec des parenthèses

1) Exemples :

1) 13 – (2 + 8) – 3 2) 13 – (2 + 8 – 3)

 = 13 – 10 – 3 = 13 – 7

 = 3 – 3 = 6

 = 0

La place des parenthèses a une importance, elles indiquent une priorité.

Règle n°5 : On commence par effectuer les calculs entre parenthèses.

Méthode : Calculer une expression avec des parenthèses

 **Vidéo** [**https://youtu.be/kNOR38ZuBRc**](https://youtu.be/kNOR38ZuBRc)

Calculer : 13 – (2 + 4) + 3 – (17 – 8)

 13 – (2 + 4) + 3 – (17 – 8) Règle n°4

= 13 – 6 + 3 – 9 Règle n°1

= 7 + 3 – 9

= 10 – 9

= 1

2) Parenthèses « doubles »

Exemple :

 18 – (12 – (3 + 5))

= 18 – (12 – 8 )

= 18 – 4

= 14

Règle n°6 : On commence par effectuer les parenthèses les plus intérieures.

Méthode : Calculer une expression avec des parenthèses doubles

 **Vidéo** [**https://youtu.be/fCDe27qL4Ko**](https://youtu.be/fCDe27qL4Ko)

** Vidéo** [**https://youtu.be/mLlLNM5D66M**](https://youtu.be/mLlLNM5D66M)

**Exemple à lire :** Calculer : 3 x ( 8 – (4 + 1))

 3 x ( 8 – ***( 4 + 1 )***) Règle n°6 : d'abord les parenthèses les plus intérieures

 = 3 x ( 8 – ***5*** )

 = 3 x ***( 8* – *5 )*** Règle n°5 : d'abord les parenthèses

 = 3 x ***3***

 = 9

**A toi de faire :**

 a) 5 x ( 14 – ( 2 + 1 ) ) b) 10 x ( 25 + ( 26 – 13 ) ) c) ( 9 – (6 + 2) ) x 95

 = **5 x ( 14 – 3 )**  = **10 x ( 25 + 13 )**  = **( 9 – 8 ) x 95**

 = **5 x 11**  = **10 x 38** = **1 x 95**

 = **55** = **380** = **95**

 d) 5 x ( ( 4 + 10 ) – 7 ) x 2 e) ( 8 – 4 ) x ( 48 – ( 12 x 3 ) ) f) ( ( 12 – 8 ) + 16 ) x ( 6 + 4 )

 = **5 x ( 14 – 7 ) x 2**  = **4 x ( 48 – 36 )** = **( 4 + 16 ) x 10**

 = **5 x 7 x 2** = **4 x 12** = **20 x 10**

 = **70** = **48** = **200**

3) Avec des quotients

Méthode : Calculer une expression avec des quotients

 **Vidéo** [**https://youtu.be/yr1anMpCoSM**](https://youtu.be/yr1anMpCoSM)

Calculer : A = $\frac{17+4}{10}$ B = $\frac{5}{6-4}$ C = $\frac{6}{\frac{4}{5}}$ D = $\frac{\frac{6}{4}}{5}$

A = (17 + 4) : 10 B = 5 : (6 – 4) C = 6 : (4 : 5) D = (6 : 4) : 5

 = 21 : 10 = 5 : 2 = 6 : 0,8 = 1,5 : 5

 = 2,1 = 2,5 = 7,5 = 0,3

IV. Vocabulaire sur les opérations

Exemples :

a) 4 + 5 est la somme de 4 et de 5. b) 9 – 3 est la différence de 9 par 3.

 4 et 5 sont les termes de cette somme. 9 et 3 sont les termes de cette différence.

c) 5 x 8 est le produit de 5 et de 8. d) 15 : 3 est le quotient de 15 par 3.

 5 et 8 sont les facteurs de ce produit. 15 est le dividende ; 3 est le diviseur.

Méthode : Traduire une expression en utilisant le vocabulaire sur les opérations

 **Vidéo** [**https://youtu.be/\_yF5ItbcN28**](https://youtu.be/_yF5ItbcN28)

Traduire par une phrase chacune des expressions suivantes :

A = 16 + 3 x 5 B = 30 – (2 + 7) C = $\frac{6}{5-3}$

A = 16 + 3 x 5

A est la somme de 16 et du produit de 3 par 5.

B = 30 – (2 + 7)

B est la différence de 30 par la somme de 2 et de 7.

C = $\frac{6}{5-3}$

C est le quotient de 6 par la différence de 5 par 3.

Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

[*www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales*](http://www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales)