EXPRESSIONS AVEC DES LETTRES

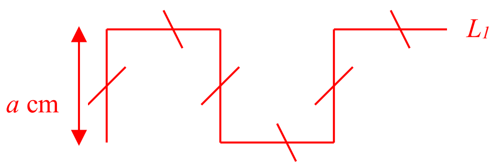
François Viète (1540,1603 ; conseiller d'Henri IV) est à l'origine du calcul avec des lettres.
L'idée était ingénieuse de considérer dans les calculs l'inconnue comme si elle était connue.
En 1580, Viète est nommé conseiller privé d'*Henri IV*. Il est chargé de décrypter les messages secrets interceptés que s'envoient les espagnols. Il y arrive systématiquement ce qui provoque l'exaspération de ses ennemis qui finissent par l'accuser de sorcellerie et le dénoncer au Pape.
Pour se défendre de ses accusateurs, Viète exposera en 1590 sa méthode dans un traité.

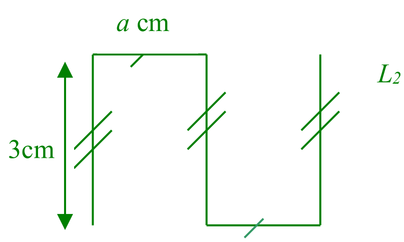
I. Expression littérale

Exemple d'introduction :

Vidéo **https://youtu.be/bpYh7tvfl_Y**

On considère les deux frises représentées ci-dessous.
Pour chacune d'elles, une longueur n'est pas connue. On choisit de la noter a.





1) Écrire une formule exprimant la longueur de la frise L_1 :

Comme on ne connaît pas la longueur a, le résultat n'est pas un nombre mais une expression en fonction de a : $L_1 = 6 \times a$

2) Même question pour L_2.

$$L_2 = 2 \times a + 9$$

Définition : Une **expression littérale** est un calcul contenant une ou plusieurs lettres qui désignent des nombres inconnus.

Méthode : Écrire une expression en fonction d'un nombre inconnu

On considère le programme de calcul :
- Choisir un nombre
- Ajouter 5
- Multiplier par 3
- Soustraire le double du nombre de départ.

1) Vérifier qu'en choisissant 1 au départ, on obtient 16 à la fin.
2) Qu'obtient-on en choisissant 3 au départ ?
3) Écrire une expression littérale correspondant à ce programme de calcul.

1) - Choisir un nombre ➜ 1
- Ajouter 5 ➜ 1 + 5 = 6
- Multiplier par 3 ➜ 3 x 6 = 18
- Soustraire le double du nombre de départ ➜ 18 – 2 x 1 = 16

2) - Choisir un nombre ➜ 3
- Ajouter 5 ➜ 3 + 5 = 8
- Multiplier par 3 ➜ 3 x 8 = 24
- Soustraire le double du nombre de départ ➜ 24 – 2 x 3 = 18

On obtient 18 à la fin.

3) - Choisir un nombre ➜ x
- Ajouter 5 ➜ $x + 5$
- Multiplier par 3 ➜ 3 x (x + 5)
- Soustraire le double du nombre de départ. ➜ 3 x (x + 5) – 2 x x

Le programme de calcul correspond à l'expression : 3 x (x + 5) – 2 x x

II. Simplifications d'écriture

1) Pour marquer la priorité de la multiplication, le symbole « × » peut être omis dans certains cas.

Vidéo **https://youtu.be/eBPOd0bTBro**

3 x a s'écrit 3a
a x b s'écrit ab
4 x (a – 2) s'écrit 4(a – 2)
15 + 4 x a s'écrit 15 + 4a

Notation introduite par l'allemand Michael Stifel en 1544

Attention : - 2 x 3 ne s'écrit pas 23 !
- on écrit 2a, on n'écrit pas a2

Le nombre s'écrit toujours devant la lettre.

2) Nombres au carré, nombres au cube :

Vidéo https://youtu.be/x35fh5SVRMQ

3 x 3 s'écrit 3^2
6 x 6 s'écrit 6^2
5 x 5 x 5 s'écrit 5^3

x x x s'écrit x^2 *et se lit « x au carré ».*
x x x x x s'écrit x^3 *et se lit « x au cube ».*

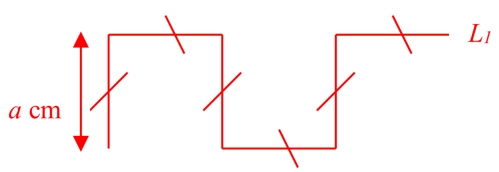
Notation introduite par René Descartes XVIIe

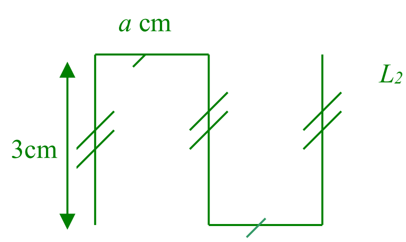
III. Appliquer une formule

Méthode : Appliquer une formule

Vidéo https://youtu.be/FOSVfFdDi7w

On considère les deux frises L_1 et L_2 étudiées dans le paragraphe *I*.





On a vu que : L_1 = 6 x a et L_2 = 2 x a + 9
Calculer L_1 et L_2 lorsque a = 4 cm.

Ici, a est connu, on peut donc remplacer a par 4 dans les deux formules :

L_1 = 6 x a = 6 x 4 = 24 cm

L_2 = 2 x a + 9 = 2 x 4 + 9 = 8 + 9 = 17 cm