LES FRACTIONS

PARTIE A : FRACTIONS DÉCIMALES

1) Fractions décimales

En lettre	Un dixième	Un centième	Un millième	Treize centièmes	Soixante-cinq millièmes	Deux cent trois dixièmes
Fraction décimale	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$	$\frac{13}{100}$	$\frac{65}{1000}$	$\frac{203}{10}$
Écriture décimale	0,1	0,01	0,001	0,13	0,065	20,3

2) Différentes écritures

Écriture décimale : 453,51

En lettres : 453 unités et 5 dixièmes 1 centième
453 unités et 51 centièmes

Fraction décimale : $\frac{45351}{100}$

Somme d'un entier et d'une fraction décimale : $453 + \frac{51}{100}$

Décomposition : $(4 \times 100) + (5 \times 10) + (3 \times 1) + (5 \times \frac{1}{10}) + (1 \times \frac{1}{100})$

Vidéo https://youtu.be/uqBEfHwZTX8

Méthode : Passer de l'écriture décimale à l'écriture fractionnaire et inversement

Vidéo https://youtu.be/ZQlowPriBhg
Vidéo https://youtu.be/i75HKdds3Gc

1) Écrire les nombres suivants sous forme fractionnaire :
a) 2,3 b) 45,67 c) 2,045
2) Écrire les nombres suivants sous forme décimale :
a) $\frac{49}{100}$ b) $\frac{56}{10}$ c) $\frac{67}{1000}$

1) a) $2,3 = \frac{23}{10}$ en effet, le 3 est au rang des dixième.

b) 45,67 = $\frac{4567}{100}$ en effet, le 7 est au rang des centième.

c) 2,045 = $\frac{2045}{1000}$ en effet, le 5 est au rang des millième.

2) a) $\frac{49}{100}$ = 0,49 en effet, le 9 passe au rang des centième.

b) $\frac{56}{10}$ = 5,6 en effet, le 6 passe au rang des dixième.

c) $\frac{67}{1000}$ = 0,067 en effet, le 7 passe au rang des millième.

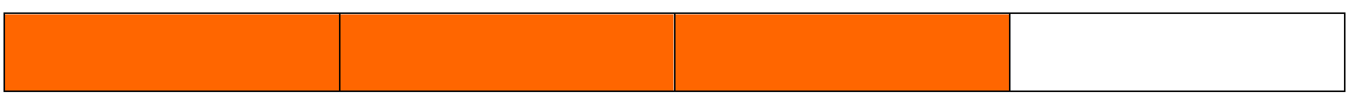
PARTIE B : REPRÉSENTATIONS D'UNE FRACTION

Les fractions trouvent leurs origines en Egypte avec les fractions de numérateur 1.
Au Moyen Age en Europe, les fractions sont appelées nombres rompus.
La barre de fraction venant des arabes fut ensuite reprise par le français Nicole Oresme (XIVe).

I. Écriture fractionnaire

1) Géométriquement

Vidéo https://youtu.be/_xZkeQM8tm4



La règle est partagée en 4 morceaux égaux.
Les morceaux colorés représentent les $\frac{3}{4}$ de la règle.

$\frac{3}{4}$ s'appelle une fraction.
Le mot vient du latin « fractiones » ≈ rompu, fracturé.

2) Dans la vie :

Cuisine (un tiers de litre de lait),
Heure (2 heures et quart),
Chrono (8 secondes et 3 dixièmes), …

3) Vocabulaire

$\frac{3}{4}$ ← LE NUMERATEUR (du latin numerator = celui qui compte, ici 3)
← LE DENOMINATEUR (du latin denominator = celui qui nomme, ici en quarts)

Des **quarts** *(nom - dénominateur)* : il y en a **3** *(nombre - numérateur).*

Mots inventés par Nicole ORESME XIVe

II. Fraction et quotient

Vidéo https://youtu.be/L7AW1Kmx8y8

1) La fraction $\frac{3}{4}$ possède aussi une écriture décimale.

Comment la trouver ? On fait $\frac{3}{4}$ = 3 : 4 *« En posant éventuellement la division »*

Ainsi :

$\frac{3}{4}$ = 3 : 4 = 0,75

Exemples : Donner une écriture fractionnaire des nombres suivants : 2,8 ; 3,65 ; 4,001

$2{,}8 = \frac{28}{10}$ $3{,}65 = \frac{365}{100}$ $4{,}001 = \frac{4001}{1000}$

Remarque : Certaines fractions n'admettent pas d'écriture décimale.

Ex : $\frac{2}{7} \approx 0{,}286$ (arrondi au millième)

Vidéo https://youtu.be/qm8YLSWtGXQ

2) Plus généralement, $\frac{3}{4}$ est appelé le quotient de 3 par 4.

Il se définit comme le nombre qui multiplié par 4 donne 3, en effet : $\frac{3}{4}$ x 4 = 3 : 4 x 4 = 3.

3) <u>Définition</u>

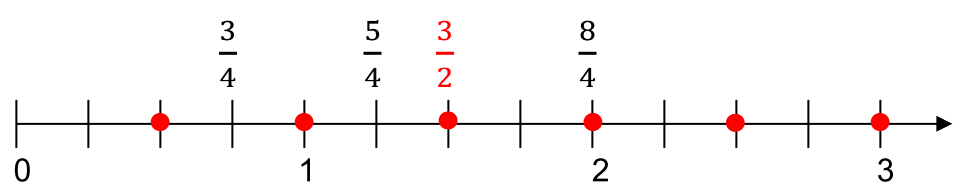
Une fraction est un quotient de deux nombres ENTIERS.

III. Fractions et demi-droite graduée

Méthode :

Vidéo https://youtu.be/VcuaJOf2N5w

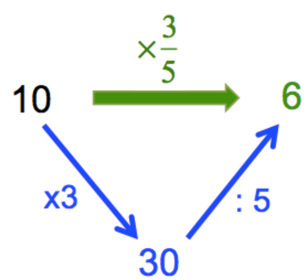
Placer sur la demi-droite graduée ci-dessous, les fractions suivantes : $\frac{5}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{8}{4}$ et $\frac{3}{2}$.



Pour placer la fraction de dénominateur 2, il faut partager l'unité [0 ; 1] en deux (en demis).

IV. Multiplier un nombre par une fraction

<u>Exemple :</u> Calculer : $10 \times \frac{3}{5}$



Ainsi :

$$\boxed{10 \times \frac{3}{5} = 10 \times 3 : 5}$$

Méthode : Calculer la fraction d'un nombre

Vidéo https://youtu.be/Q5nNel8sclw

1) Calculer le plus simplement possible : $14 \times \frac{2}{7}$; $15 \times \frac{3}{5}$; $0{,}9 \times \frac{10}{3}$; $\frac{2}{14} \times 7$
2) Dans la classe de 6ème K qui contient 24 élèves, les trois huitièmes sont des filles.
Combien y a-t-il de filles dans cette classe ?

1) $14 \times \frac{2}{7}$ = 14 : 7 x 2 = 2 x 2 = 4 $15 \times \frac{3}{5}$ = 15 : 5 x 3 = 3 x 3 = 9

$0{,}9 \times \frac{10}{3}$ = 0,9 x 10 : 3 = 9 : 3 = 3 $\frac{2}{14} \times 7$ = 2 x 7 : 14 = 14 : 14 = 1

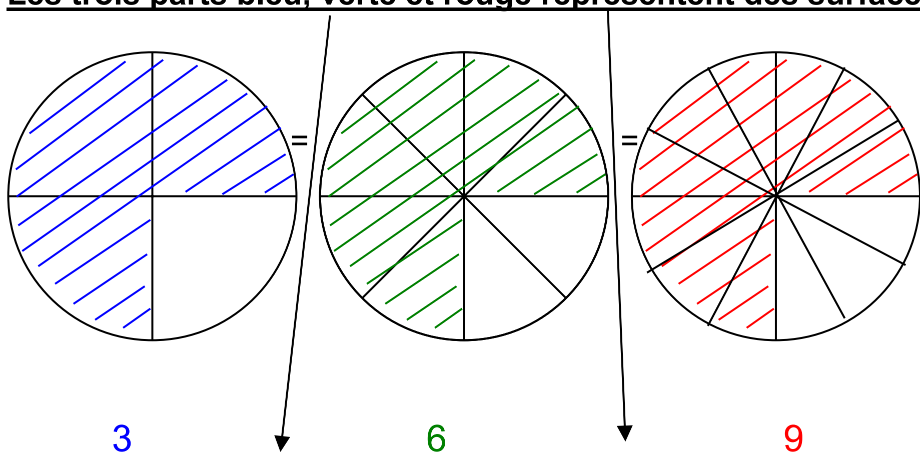
2) $24 \times \frac{3}{8}$ = 24 : 8 x 3 = 3 x 3 = 9
9 élèves de la classe sont des filles.

PARTIE C : MODIFIER, SIMPLIFIER, COMPARER LES FRACTIONS

I. Plusieurs écritures d'une fraction

1) Fractions égales

Les trois parts bleu, verte et rouge représentent des surfaces égales.



$$\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{9}{12}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \times ?}{4 \times ?} = \frac{3 \times ?}{4 \times ?}$$

$$\frac{3}{4} \overset{\text{x2}}{\underset{\text{x2}}{=}} \frac{6}{8} = \frac{9}{12}$$

$$\text{x3}$$

Propriété : On ne change pas une fraction lorsqu'on multiplie son numérateur et son dénominateur par un même nombre.

Méthode : Trouver des fractions égales

Vidéo https://youtu.be/I7orbsqxB9U

Pour chacune des fractions suivantes, trouver deux fractions égales : $\frac{4}{3}$; $\frac{5}{2}$; $\frac{9}{5}$.

a) $\frac{4}{3} = \frac{4\times 5}{3\times 5} = \frac{20}{15}$ et $\frac{4}{3} = \frac{4\times 3}{3\times 3} = \frac{12}{9}$ b) $\frac{5}{2} = \frac{5\times 4}{2\times 4} = \frac{20}{8}$ et $\frac{5}{2} = \frac{5\times 10}{2\times 10} = \frac{50}{20}$

c) $\frac{9}{5} = \frac{9\times 2}{5\times 2} = \frac{18}{10}$ et $\frac{9}{5} = \frac{9\times 786}{5\times 786} = \frac{7074}{1572}$!!!

Remarque : Cette règle s'applique-t-elle à l'addition et la soustraction ?

$$\frac{3}{4} \overset{+5}{\underset{+5}{\neq}} \frac{8}{9}$$

En effet : $\frac{3}{4} = 0{,}75$ et $\frac{8}{9} \approx 0{,}9$

Non, cette règle n'est pas vraie pour l'addition et la soustraction !

Méthode : Modifier l'écriture d'une fraction

Vidéo https://youtu.be/Ate81v_xUiY

Compléter les égalités : a) $\frac{5}{7} = \frac{\dots}{42}$ b) $\frac{9}{5} = \frac{45}{\dots}$ c) $\frac{27}{21} = \frac{9}{\dots}$

$$\text{a)}\ \frac{5}{7} \overset{\text{x6}}{\underset{\text{x6}}{=}} \frac{\dots}{42}$$

Au dénominateur, on passe de 7 à 42 en multipliant par 6.

On fait de même au numérateur, ainsi 5 x 6 = 30. Et donc : $\frac{5}{7} = \frac{30}{42}$

x5

b) $\frac{9}{5} = \frac{45}{...}$

x5

Au numérateur, on passe de 9 à 45 en multipliant par 5.

On fait de même au dénominateur, ainsi 5 x 5 = 25. Et donc : $\frac{9}{5} = \frac{45}{25}$

: 3

c) $\frac{27}{21} = \frac{9}{...}$

: 3

Au numérateur, on passe de 27 à 9 en divisant par 3.

On fait de même au dénominateur, ainsi 21 : 3 = 7. Et donc : $\frac{27}{21} = \frac{9}{7}$

2) Comment simplifier une fraction ?

On a vu que :

:3

:2

$$\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{9}{12}$$

:2

:3

Propriété : On ne change pas une fraction lorsqu'on divise son numérateur et son dénominateur par un même nombre.

Méthode : Simplifier une fraction

Vidéo https://youtu.be/6ce96Tze9nI

1) Simplifier la fraction $\frac{49}{63}$.

2) Simplifier de même les fractions suivantes : $\frac{12}{28}$; $\frac{45}{35}$; $\frac{63}{81}$; $\frac{110}{132}$; $\frac{77}{35}$

1) 49 et 63 appartiennent à une même table de multiplication. Laquelle ?
La table de 7, on peut donc diviser numérateur et dénominateur par 7.

$$\frac{49}{63} = \frac{7}{9}$$

:7

:7

2) $\frac{12}{28} = \frac{12:4}{28:4} = \frac{3}{7}$ $\frac{45}{35} = \frac{45:5}{35:5} = \frac{9}{7}$ $\frac{63}{81} = \frac{63:9}{81:9} = \frac{7}{9}$

$\frac{110}{132} = \frac{110:2}{132:2} = \frac{55}{66} = \frac{55:11}{66:11} = \frac{5}{6}$ $\frac{77}{35} = \frac{77:7}{35:7} = \frac{11}{5}$

Simplifications utiles à connaître :

1) $\frac{2}{2} = \frac{3}{3} = \frac{4}{4} = \cdots = 1$ 2) $\frac{4}{1} = 4,\ \frac{6}{1} = 6,\ \frac{7}{1} = 7, \ldots$

Exercice : Simplifier les fractions :

$\frac{32}{28}$; $\frac{64}{80}$; $\frac{15}{35}$; $\frac{49}{35}$; $\frac{14}{21}$; $\frac{8}{16}$; $\frac{120}{140}$; $\frac{12}{36}$; $\frac{3700}{1200}$; $\frac{48}{56}$; $\frac{81}{99}$; $\frac{77}{66}$

Réponses :

$\frac{8}{7}$; $\frac{4}{5}$; $\frac{3}{7}$; $\frac{7}{5}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{1}{2}$; $\frac{6}{7}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{37}{12}$; $\frac{6}{7}$; $\frac{9}{11}$; $\frac{7}{6}$

III. Encadrement d'une fraction

Méthode : Encadrer une fraction

Vidéo https://youtu.be/5RYCdvawmGc

a) Justifier que : $\frac{19}{8} = 2 + \frac{3}{8}$ b) Donner un encadrement à l'unité de $\frac{19}{8}$.

a) $2 + \frac{3}{8}$

$= 1 + 1 + \frac{3}{8}$

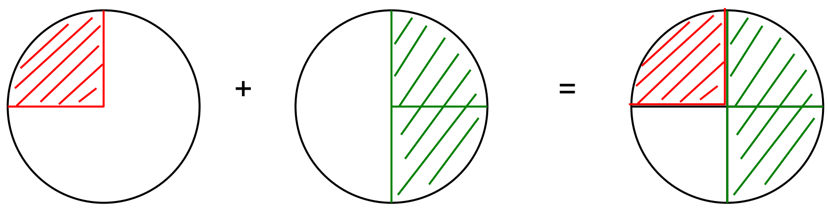
$= \frac{8}{8} + \frac{8}{8} + \frac{3}{8}$

$= \frac{19}{8}$

b) $2 < 2 + \frac{3}{8} < 3$ donc $2 < \frac{19}{8} < 3$.

PARTIE D : ADDITIONS ET SOUSTRACTIONS DE FRACTIONS

I. Somme de deux fractions de même dénominateur



$$\frac{1}{4} \quad + \quad \frac{2}{4} \quad = \quad \frac{1+2}{4} \quad = \quad \frac{3}{4}$$

Lorsqu'on additionne deux fractions qui ont le MÊME DENOMINATEUR, on additionne les numérateurs et on garde le dénominateur.

Méthode : Additionner et soustraire des fractions

Vidéo https://youtu.be/2-JfYiX6Wk4

Calculer : 1) $\frac{1}{4} + \frac{1}{4}$ 2) $\frac{2}{3} + \frac{1}{3}$ 3) $\frac{4}{5} + \frac{3}{5}$ 4) $\frac{5}{2} - \frac{4}{2}$

1) On additionne des quarts : $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

2) On additionne des tiers : $\frac{2}{3} + \frac{1}{3} = \frac{3}{3} = 1$

3) $\frac{4}{5} + \frac{3}{5} = \frac{7}{5}$ 4) $\frac{5}{2} - \frac{4}{2} = \frac{1}{2}$

II. Mettre des fractions au même dénominateur

Méthode : Mettre des fractions au même dénominateur

Mettre au même dénominateur les couples de fractions suivantes :

1) $\frac{4}{7}$ et $\frac{5}{35}$ 2) $\frac{5}{6}$ et $\frac{5}{18}$

1) On divise par 5 le numérateur et le dénominateur de la 2e fraction : $\frac{5}{35}=\frac{5:5}{35:5}=\frac{1}{7}$

Le couple devient alors : $\frac{4}{7}$ et $\frac{1}{7}$.

2) On multiplie par 3 le numérateur et le dénominateur de la 1ère fraction : $\frac{5}{6}=\frac{5\times 3}{6\times 3}=\frac{15}{18}$

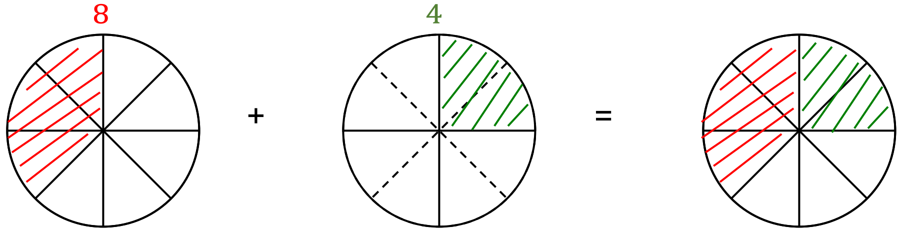
Le couple devient alors : $\frac{15}{18}$ et $\frac{5}{18}$.

II. Additions et soustractions de fractions de dénominateur différent

1) Si les dénominateurs sont multiples l'un de l'autre

a) Exemple 1 :

$\frac{3}{8}$ + $\frac{1}{4}$



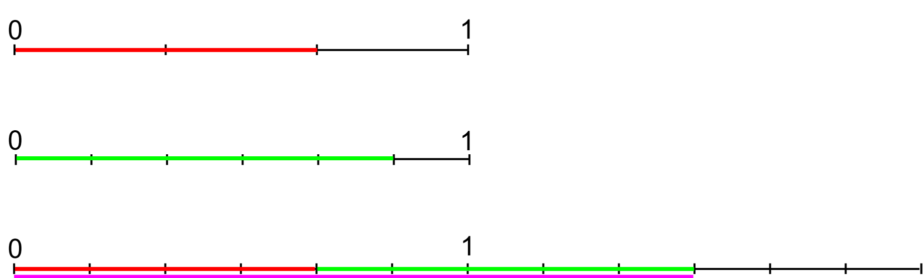
$\frac{3}{8}$ + $\frac{2}{8}$ = $\frac{5}{8}$

b) Exemple 2 :

$\frac{2}{3}$

$\frac{5}{6}$

$\frac{2}{3}+\frac{5}{6}$



$=\frac{4}{6}+\frac{5}{6}$ $=\frac{9}{6}$

Soit : $\frac{2}{3}+\frac{5}{6}=\frac{9}{6}=\frac{3}{2}$

On ne peut pas additionner ou soustraire deux fractions qui n'ont pas le même dénominateur.
Alors, on les met au même dénominateur !

Méthode : Additionner et soustraire des fractions (1)

Vidéo https://youtu.be/IGShZVQIXMQ
Vidéo https://youtu.be/9dxCWIdbXXU

Calculer :

1) $\frac{3}{8}+\frac{3}{4}$ 2) $\frac{4}{9}+\frac{1}{27}$ 3) $\frac{4}{30}-\frac{1}{10}$ 4) $\frac{4}{5}+1$ 5) $\frac{8}{3}-1$ 6) $\frac{11}{13}+3$

1) $\frac{3}{8}+\frac{3}{4}=\frac{3}{8}+\frac{6}{8}=\frac{9}{8}$

2) $\frac{4}{9}+\frac{1}{27}=\frac{12}{27}+\frac{1}{27}=\frac{13}{27}$

3) $\frac{4}{30}-\frac{1}{10}=\frac{4}{30}-\frac{3}{30}=\frac{1}{30}$

4) $\frac{4}{5}+1=\frac{4}{5}+\frac{5}{5}=\frac{9}{5}$

5) $\frac{8}{3}-1=\frac{8}{3}-\frac{3}{3}=\frac{5}{3}$

6) $\frac{11}{13}+3=\frac{11}{13}+\frac{3}{1}=\frac{11}{13}+\frac{39}{13}=\frac{50}{13}$

Nous devons les **fractions** aux égyptiens, puisqu'ils sont à l'origine des fractions de numérateur 1 qui seront généralisées ensuite par les indiens.
Nous trouvons à ce sujet un épisode sanglant de la mythologie égyptienne où *Seth* (Dieu de la violence) arrache l'œil à *Horus* (Dieu à tête de faucon et à corps d'homme) et le partage en 6 morceaux.
Son œil est appelé OUDJAT ; chacune de ses parties symbolise une fraction de numérateur 1 et de dénominateur 2, 4, 8, 16, 32 et 64.

2) Si les dénominateurs ne sont pas multiples l'un de l'autre

Méthode : Additionner et soustraire des fractions (2)

Vidéo https://youtu.be/nsc675xcjPc

Calculer puis simplifier si possible :

$A=\frac{-2}{3}+\frac{3}{4}$ $B=\frac{-7}{25}+\frac{3}{15}$

$$C = \frac{1}{2} - \frac{-2}{6} + \frac{4}{9} + \frac{5}{-6} \qquad D = \frac{4}{7} - \left(\frac{2}{7} + \frac{1}{5}\right)$$

$$A = \frac{-2}{3} + \frac{3}{4} = \frac{-2 \times 4}{3 \times 4} + \frac{3 \times 3}{4 \times 3} = \frac{-8}{12} + \frac{9}{12} = \frac{1}{12}$$

$$B = \frac{-7}{25} + \frac{3}{15} = \frac{-7 \times 3}{25 \times 3} + \frac{3 \times 5}{15 \times 5} = \frac{-21}{75} + \frac{15}{75} = \frac{-6}{75} = -\frac{2}{25}$$

$$C = \frac{1}{2} - \frac{-2}{6} + \frac{4}{9} + \frac{5}{-6} = \frac{9}{18} + \frac{6}{18} + \frac{8}{18} - \frac{15}{18} = \frac{8}{18} = \frac{4}{9}$$

$$D = \frac{4}{7} - \left(\frac{2}{7} + \frac{1}{5}\right) = \frac{4}{7} - \left(\frac{10}{35} + \frac{7}{35}\right) = \frac{4}{7} - \frac{17}{35} = \frac{20}{35} - \frac{17}{35} = \frac{3}{35}$$

PARTIE E : MULTIPLICATIONS ET DIVISIONS DE FRACTIONS

Extrait de la pièce Marius de Marcel Pagnol (acte 11).

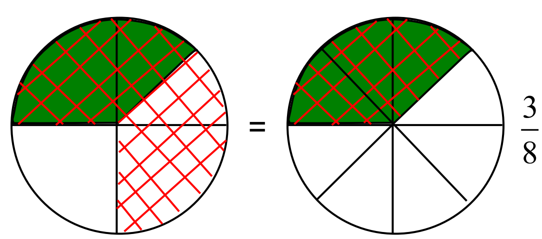
CÉSAR (à Marius) - Eh bien, pour la deuxième fois, je vais te l'expliquer, le picon-citron-curaçao. Approche-toi ! Tu mets d'abord un tiers de curaçao. Fais attention : un tout petit tiers. Bon. Maintenant, un tiers de citron. Un peu plus gros. Bon. Ensuite, un BON tiers de Picon. Regarde la couleur. Regarde comme c'est joli. Et à la fin, un GRAND tiers d'eau. Voilà.
MARIUS - Et ça fait quatre tiers.
CÉSAR - Exactement. J'espère que cette fois, tu as compris.
MARIUS - Dans un verre, il n'y a que trois tiers.
CÉSAR - Mais, imbécile, ça dépend de la grosseur des tiers.
MARIUS - Eh non, ça ne dépend pas. Même dans un arrosoir, on ne peut mettre que trois tiers.
CÉSAR - Alors, explique-moi comment j'en ai mis quatre dans ce verre.
MARIUS - Ça, c'est de l'Arithmétique.

I. Multiplications de fractions

1) Sans simplification

Exemple :

$\frac{1}{2}$ x $\frac{3}{4}$ revient à prendre la moitié de $\frac{3}{4}$, soit $\frac{3}{8}$.



Par le calcul, on fait : 1 x 3 = 3
et 2 x 4 = 8.

On ne met pas les fractions au même dénominateur lorsqu'on les multiplie !!!
On multiplie « en ligne ».

Lorsqu'on multiplie des fractions, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.

$$\boxed{\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}}$$

Méthode : Multiplier des fractions sans simplification

Vidéo https://youtu.be/j27kXXrw3Xk

Calculer :

$$A = \frac{2}{3} \times \frac{5}{11} \qquad B = 7 \times \frac{2}{3} \qquad C = \frac{2}{-3} \times \frac{-7}{-5}$$

$$A = \frac{2}{3} \times \frac{5}{11} = \frac{2 \times 5}{3 \times 11} = \frac{10}{33}$$

$$B = 7 \times \frac{2}{3} = \frac{7}{1} \times \frac{2}{3} = \frac{7 \times 2}{1 \times 3} = \frac{14}{3}$$

$$C = \frac{2}{-3} \times \frac{-7}{-5} = -\frac{2 \times 7}{3 \times 5} = -\frac{14}{15}$$

2) Avec simplifications

Exemple :

$$\frac{7}{18} \times \frac{81}{56} = \frac{7 \times 81}{18 \times 56} = \frac{567}{1008} = \cdots ?$$

Maladroit !!! Il est trop tard pour pouvoir simplifier !

Méthode : Multiplier des fractions avec simplifications

Vidéo https://youtu.be/9nwZMLmoag8

Calculer :

$$A = \frac{15}{-8} \times \frac{-9}{15} \qquad B = \frac{-3}{30} \times \frac{36}{7} \qquad C = \frac{-7}{18} \times \frac{81}{-56}$$

$$A = \frac{15}{-8} \times \frac{-9}{15} = \frac{15 \times 9}{8 \times 15} = \frac{9}{8}$$

On simplifie si possible avant de multiplier « en ligne » !

$$B = \frac{-3}{30} \times \frac{36}{7} = \frac{-3 \times 36}{30 \times 7} = \frac{-3 \times 6 \times 6}{6 \times 5 \times 7} = \frac{-3 \times 6}{5 \times 7} = -\frac{18}{35}$$

$$C = \frac{-7}{18} \times \frac{81}{-56} = \frac{7 \times 81}{18 \times 56} = \frac{7 \times 9 \times 9}{9 \times 2 \times 7 \times 8} = \frac{9}{2 \times 8} = \frac{9}{16}$$

Méthode : Calculer la fraction d'un nombre

Vidéo https://youtu.be/wkimwCoejZ4

1) En décembre pour les fêtes, M. Marchand dit avoir vendu les quatre cinquièmes de sa marchandise. En janvier, pendant les soldes, il a encore vendu les trois quarts de ce qu'il restait.
Quelle fraction de sa marchandise a-t-il vendu en tout ?

2) La valeur totale de sa marchandise est de 262 000 €. Quelle somme représente sa vente globale ?

1) Après les fêtes, il restait 1 cinquième. Calculons les 3 quarts de 1 cinquième.
$\frac{3}{4} \times \frac{1}{5} = \frac{3}{20}$ de sa marchandise représentent ce qu'il a vendu en janvier.
En tout : $\frac{4}{5} + \frac{3}{20} = \frac{16}{20} + \frac{3}{20} = \frac{19}{20}$ de sa marchandise.

2) Calculons les 19 vingtièmes de 262 000.
$\frac{19}{20}$ x 262 000 = 248 900 €
Il a vendu globalement pour 248 900 €.

II. Inverse d'un nombre

Exemples :

L'inverse de …	x	3	2	0,4	7	$\frac{1}{2}$	$\frac{7}{12}$	$\frac{1}{21}$	0
est …	$\frac{1}{x}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{0,4}$	$\frac{1}{7}$	2	$\frac{12}{7}$	21	
	$x \times \frac{1}{x}$	1	1	1	1	1	1	1	

0 n'a pas d'inverse ↑

Définition : L'inverse d'un nombre x différent de 0 est $\frac{1}{x}$.

Propriété : Deux nombres sont inverses l'un de l'autre si leur produit est égal à 1.

Méthode : Vérifier si deux nombres sont inverses l'un de l'autre

Vidéo https://youtu.be/0rn5R3-vutQ

Les nombres 3 et 0,333 sont-ils inverses l'un de l'autre ?

Les nombres 3 et 0,333 ne sont pas inverses l'un de l'autre,
car 3 x 0,333 = 0,999 $\neq$ 1

III. Quotient de deux nombres

Exemples

2 : 5 = 0,4	4 : 8 = 0,5	3 : 2 = 1,5
$2 \times \frac{1}{5} = 0{,}4$	$4 \times \frac{1}{8} = 0{,}5$	3 x 0,5 = 1,5

Propriété : Diviser par un nombre, c'est multiplier par son inverse.

Démonstration : Prouvons que : $N : x = N \times \frac{1}{x}$

$$N \times \frac{1}{x} = \frac{N \times 1}{x} = \frac{N}{x} = N : x$$

IV. Divisions de fractions

Exemple : Diviser par un nombre, c'est multiplier par son inverse, ainsi :

$$\frac{2}{3} : \frac{5}{4} = \frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{8}{15}$$

$$\boxed{\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}}$$

Méthode : Diviser les fractions

Vidéo https://youtu.be/7_hZWOoMBSA

Effectuer :

$A = \frac{3}{4} : \frac{-5}{8}$ $\qquad B = \frac{-5}{6} : 3$ $\qquad C = -\frac{\frac{4}{9}}{\frac{16}{-3}}$

$A = \frac{3}{4} : \frac{-5}{8} = \frac{3}{4} \times \frac{8}{-5} = \frac{24}{-20} = -\frac{6}{5}$

$B = \frac{-5}{6} : 3 = \frac{-5}{6} \times \frac{1}{3} = \frac{-5}{18}$

$$C = -\frac{\frac{4}{9}}{\frac{16}{-3}}$$
$$= -\frac{4}{9} : \frac{16}{-3}$$
$$= \frac{4}{9} \times \frac{3}{16}$$
$$= \frac{1}{3} \times \frac{1}{4}$$
$$= \frac{1}{12}$$

V. Calculs mêlés

Méthode : Effectuer des calculs mêlés de fractions

Vidéo https://youtu.be/8vFfzMYi1mM

Effectuer :

$A = \frac{2}{3} - \frac{1}{3} \times \frac{4}{5}$ $\quad$ $B = \frac{-2}{3} \times \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right)$ $\quad$ $C = \left(\frac{-2}{7} + \frac{5}{42}\right) \times \left(5 - \frac{3}{8}\right)$

Pour les experts ☺ :

$$D = \frac{\frac{2}{5} + \frac{-3}{4}}{2 + (-2) \times \frac{-7}{4}}$$

$$A = \frac{2}{3} - \frac{1}{3} \times \frac{4}{5}$$
$$= \frac{2}{3} - \frac{4}{15}$$
$$= \frac{10}{15} - \frac{4}{15}$$
$$= \frac{6}{15}$$
$$= \frac{2}{5}$$

$$B = \frac{-2}{3} \times \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right)$$
$$= \frac{-2}{3} \times \left(\frac{2}{4} - \frac{1}{4}\right)$$
$$= \frac{-2}{3} \times \frac{1}{4}$$
$$= \frac{-2}{12}$$
$$= \frac{-1}{6}$$

$$C = \left(\frac{-2}{7} + \frac{5}{42}\right) \times \left(5 - \frac{3}{8}\right)$$
$$= \left(\frac{-12}{42} + \frac{5}{42}\right) \times \left(\frac{40}{8} - \frac{3}{8}\right)$$
$$= \frac{-7}{42} \times \frac{37}{8}$$
$$= \frac{-1}{6} \times \frac{37}{8}$$
$$= \frac{-37}{48}$$

$$D = \frac{\frac{2}{5} + \frac{-3}{4}}{2 + (-2) \times \frac{-7}{4}}$$

$$= \left(\frac{2}{5} + \frac{-3}{4}\right) : \left(2 + (-2) \times \frac{-7}{4}\right)$$
$$= \left(\frac{8}{20} + \frac{-15}{20}\right) : \left(2 + \frac{14}{4}\right)$$
$$= \frac{-7}{20} : \left(2 + \frac{7}{2}\right)$$
$$= \frac{-7}{20} : \left(\frac{4}{2} + \frac{7}{2}\right)$$
$$= \frac{-7}{20} : \frac{11}{2}$$
$$= \frac{-7}{20} \times \frac{2}{11}$$
$$= \frac{-14}{220}$$
$$= -\frac{7}{110}$$