EN NOIR ET BLANC

*Commentaire :*

*Cette activité présente de façon basique comment les matrices peuvent être utilisées pour coder et transformer des images en noir et blanc.*

Sous forme numérique, une image en noir et blanc est modélisée par une matrice composée d’un 0, pour un pixel noir ; et d’un 1, pour un pixel blanc.

1) Modéliser chacune des images ci-dessous à l’aide de matrices de taille 5 :



2) On considère la matrice de transposition $T$ définie par :

$$T=\left(\begin{array}{c}\begin{matrix}0&1&0\\0&0&1\\0&0&0\end{matrix} \begin{matrix}0&0\\0&0\\1&0\end{matrix}\\.\\\begin{matrix}0&0&0\\1&0&0\end{matrix} \begin{matrix}0&1\\0&0\end{matrix}\end{array}\right)$$

Soit $M$ une matrice carrée quelconque de taille 5 représentant une image en noir et blanc.

 a) Quel effet la multiplication par $T$ « à gauche », $TM$, a-t-elle sur la matrice $M$ ? Justifier succinctement.

 b) Même question avec la multiplication par $T$ « à droite », $MT$.

 c) Même question en effectuant deux multiplications par $T$ « à droite » $MT^{2}$.



3) Dans cette question, $M$ est la matrice qui modélise l’image ci-contre.

Sans calcul et sans justification, représenter les images obtenues avec

les multiplications suivantes : a) $T^{4}M$ b) $MT^{3}$ c) $T^{2}MT^{3}$

4) Comment peut-on transformer l’image ci-dessous en l’autre à l’aide de la matrice $T$ ?



5) a) On considère la matrice de transposition $T'$ définie par :

$$T'=\left(\begin{array}{c}\begin{matrix}0&0&0\\1&0&0\\0&1&0\end{matrix} \begin{matrix}0&1\\0&0\\0&0\end{matrix}\\.\\\begin{matrix}0&0&1\\0&0&0\end{matrix} \begin{matrix}0&0\\1&0\end{matrix}\end{array}\right)$$

Prouver qu’effectuer quatre multiplications « à droite » par $T$ revient à effectuer une unique multiplication « à droite » par $T’$.

 b) Quel effet la multiplication par $T'$ « à gauche », $T'M$, a-t-elle sur la matrice $M$ ?

Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

[*www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales*](http://www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales)