ÉVOLUTIONS

Coefficient multiplicateur

Propriétés et définition :

- Augmenter une valeur de p % revient à la multiplier par $1+\frac{p}{100}$.

- Diminuer une valeur de p % revient à la multiplier par $1-\frac{p}{100}$.

- $1+\frac{p}{100}$ et $1-\frac{p}{100}$ sont appelés les coefficients multiplicateurs.

Exemples : Calculer les coefficients multiplicateurs correspondant aux évolutions suivantes :

Augmentation de 8 %

x1,08

$\times\left(1+\frac{8}{100}\right)$

Diminution de 12 %

x0,88

$\times\left(1-\frac{12}{100}\right)$

Taux d'évolution

Définition : Une valeur X subit une évolution pour arriver à une valeur Y.

Le taux d'évolution est égal à : $t=\frac{Y-X}{X}$.

Exemple : Calculer le taux d'évolution d'une valeur passée de 8500 à 10400 :

$$t=\frac{10400-8500}{8500}\approx 0,224=22,4\%.$$

Evolutions successives

Propriété : Le coefficient multiplicateur global de plusieurs évolutions est égal aux produits des coefficients multiplicateurs de chaque évolution.

Exemple : Calculer l'augmentation globale des augmentations successives suivantes :

Augmentation de 10 % *suivi de* Diminution de 5 %

x1,10 x0,95

x1,045 (car 1,10 x 0,95 = 1,045)

Augmentation globale de 4,5%

Evolution réciproque

Propriété : L'évolution réciproque possède un coefficient multiplicateur inverse de l'évolution directe.

Exemple :
Calculer l'évolution réciproque d'une augmentation de 25 % :

Augmentation de 25 %

x1,25

x0,80 (car $\frac{1}{1,25}$ = 0,80)

Diminution de 20 %

-20 % est l'évolution réciproque de +25 %.

Taux d'évolution moyen

Exemple : Calculer le taux d'évolution moyen annuel t :

Augmentation de 25 %

x1,25

Année 0 Année 1 Année 2 Année 3

$\times\left(1+\frac{t}{100}\right)$ $\times\left(1+\frac{t}{100}\right)$ $\times\left(1+\frac{t}{100}\right)$

Augmentation de t % Augmentation de t % Augmentation de t %

$$\left(1+\frac{t}{100}\right)\times\left(1+\frac{t}{100}\right)\times\left(1+\frac{t}{100}\right)=1,25 \quad \text{soit} \quad \left(1+\frac{t}{100}\right)^3=1,25$$

$$1+\frac{t}{100}=1,25^{\frac{1}{3}}$$

$$\frac{t}{100}=1,25^{\frac{1}{3}}-1$$

$$t=100\times\left(1,25^{\frac{1}{3}}-1\right)\approx 7,72\%$$

Propriété :

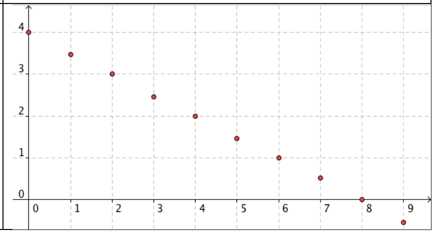
Si $x^n=a$ alors $x=a^{\frac{1}{n}}$

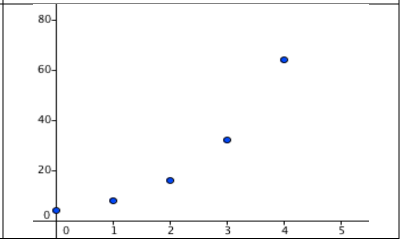
Indice 100

Exemple : En 2017, un lycée comptait 1450 élèves. En 2018, il en comptait 1550.
Si on prend l'année 2017 pour **indice 100**, quel est l'indice du nombre d'élèves en 2018 ?
On utilise un tableau de proportionnalité :
L'indice en 2018 est :
? = 1550 x 100 : 1450 ≈ 107

Année	2017	2018
Elèves	1450	1550
Indice	100	?

SUITES

Suites arithmétiques	(u_n) une **suite arithmétique** - de **raison** r - de **premier terme** u_0.	**Exemple :** $r=-0{,}5$ et $u_0=4$
Définition	$u_{n+1}=u_n+r$	$u_{n+1}=u_n-0{,}5$ La différence entre un terme et son précédent est égale à -0,5.
Propriété	$u_n=u_0+nr$ $u_n=u_1+(n-1)r$	$u_n=4-0{,}5n$ $u_n=4-0{,}5n$
Variations	Si $r>0$: (u_n) est croissante. Si $r<0$: (u_n) est décroissante.	$r=-0{,}5<0$ La suite (u_n) est décroissante.
Représentation graphique	Remarque : Les points de la représentation graphique sont alignés.	

Suites géométriques	(u_n) une **suite géométrique** de **raison** q positive de premier terme u_0 positif.	**Exemple :** $q=2$ et $u_0=4$
Définition	$u_{n+1}=q\times u_n$	$u_{n+1}=2\times u_n$ Le rapport entre un terme et son précédent est égal à 2.
Propriété	$u_n=u_0\times q^n$ $u_n=u_1\times q^{n-1}$	$u_n=4\times 2^n$
Variations	Si $q>1$: (u_n) est croissante. Si $0<q<1$: (u_n) est décroissante.	$q=2>1$ La suite (u_n) est croissante.
Représentation graphique		

Somme des termes d'une suite

Exemple : Pour calculer la somme $u_0+u_1+u_2+...+u_{15}$ avec $u_n=3000+150n$:

Sur TI :
- Pour accéder au catalogue : « 2nde » puis « 0 ».
- Appuyer sur « ln » pour accéder aux fonctionnalités commençant par « S ».
- Choisir « som(» ou « somme(» ou « sum(» (suivant les modèles).
- Procéder de même pour afficher « suite(» ou « seq(» (suivant les modèles).
- Et compléter pour afficher : **som(suite(3000+150X,X,0,15))**

Sur Casio :
- Pour accéder au catalogue : « SHIFT» puis « 4 ».
- Appuyer sur « X » pour accéder aux fonctionnalités commençant par « S ».
- Choisir et compléter pour afficher : $\sum_{X=0}^{15}(3000+150X)$

SECOND DEGRÉ

Propriétés :
Soit f une fonction polynôme de degré 2, telle que $f(x)=ax^2+bx+c$.
- Si a est positif, f est d'abord décroissante, puis croissante : « *cuvette* ».
- Si a est négatif, f est d'abord croissante, puis décroissante : « *colline* ».

Propriété : Soit $\Delta = b^2-4ac$ le discriminant du trinôme ax^2+bx+c.
- Si $\Delta<0$: L'équation $ax^2+bx+c=0$ n'a pas de solution réelle.
- Si $\Delta=0$: L'équation $ax^2+bx+c=0$ a une unique solution : $x_0=-\frac{b}{2a}$.
- Si $\Delta>0$: L'équation $ax^2+bx+c=0$ a deux solutions distinctes :

$$x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} \text{ et } x_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}.$$

DÉRIVATION

Théorème : - Si $f'(x)\geq 0$, alors f est croissante.
- Si $f'(x)\leq 0$, alors f est décroissante.

Fonctions polynômes

Si $f(x)=ax^2+bx+c$ alors $f'(x)=2ax+b$	Si $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ alors $f'(x)=3ax^2+2bx+c$	Si $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e$ alors $f'(x)=4ax^3+3bx^2+2cx+d$

Fonctions rationnelles

Si $f(x)=\frac{1}{x}$ alors $f'(x)=-\frac{1}{x^2}$

Si $f(x)=\frac{u(x)}{v(x)}$ alors $f'(x)=\frac{u'(x)v(x)-u(x)v'(x)}{\left(v(x)\right)^2}$

Tangente à une courbe

Définition : La **tangente** à la courbe de la fonction f au point A d'abscisse a est la droite :
- passant par A,
- de coefficient directeur le nombre dérivé $f'(a)$.

À l'aide de la calculatrice, il est possible d'afficher l'équation de la tangente en a et de la tracer :

Sur TI : - Tracer la courbe de la fonction.
- Touches « 2nde » + « PGRM » (Dessin) puis « 5: Tangente ».
- Saisir la valeur de a. Puis « ENTER ».

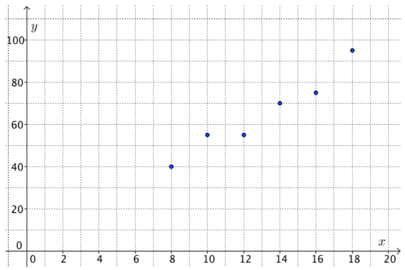
Sur Casio : - Tracer la courbe de la fonction.
- Touches « SHIFT » + « F4 » (Skech) puis « Tang ».
- Saisir la valeur de a. Puis « EXE » et « EXE ».

STATISTIQUES

Nuage de points

x_i	8	10	12	14	16	18
y_i	40	55	55	70	75	95

Dans un repère, on peut représenter le nuage de points de coordonnées $(x_i\,;y_i)$.

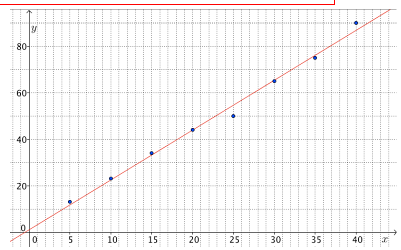


Point moyen

Les coordonnées du point moyen G sont $\left(\bar{x}\,;\bar{y}\right)$ tel que $\bar{x}$ est la moyenne des x_i et $\bar{y}$ est la moyenne des y_i.

Droite d'ajustement

Définition : Lorsque les points d'un nuage sont sensiblement alignés, on peut construire une droite, appelé **droite d'ajustement (ou droite de régression)**, passant au plus près de ces points.



A l'aide de la calculatrice, il est possible d'obtenir l'équation de la droite d'ajustement :

Sur TI : - Appuyer sur « **STAT** » puis « **Edite** » et saisir les valeurs de x_i dans L1 et les valeurs de y_i dans L2.
- Appuyer à nouveau sur « **STAT** » puis « **CALC** » et « **RegLin(ax+b)** ».
- Saisir **L1,L2**

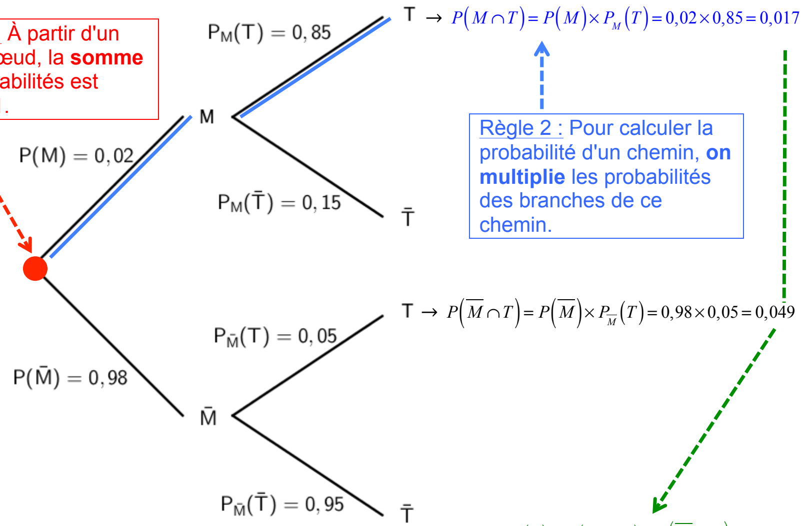
Sur CASIO : - Aller dans le menu « **STAT** ».
- Saisir les valeurs de x_i dans *List1* et les valeurs de y_i dans *List2*.
- Sélectionner « **CALC** » puis « **SET** ».
- Choisir *List1* pour *2Var XList* et *List2* pour *2Var YList* puis « **EXE** ».
- Sélectionner « **REG** » puis « **X** » et « **aX+b** ».

PROBABILITÉS CONDITIONNELLES

Définition : On appelle probabilité conditionnelle de *B* sachant *A*, la probabilité que l'événement *B* se réalise sachant que l'événement *A* est réalisé. On la note : $P_A(B)$

Arbre pondéré

Règle 1 : À partir d'un même nœud, la **somme** des probabilités est égale à 1.



Règle 2 : Pour calculer la probabilité d'un chemin, **on multiplie** les probabilités des branches de ce chemin.

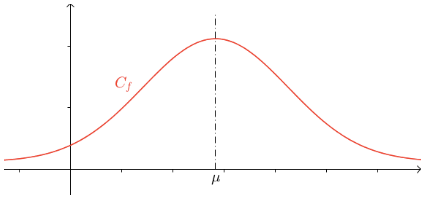
Règle 3 (Formule des probabilités totales) : La probabilité d'un événement associé à plusieurs chemins est égale à la **somme** des probabilités de chacun de ces chemins.

$P(T)=P(M\cap T)+P(\bar{M}\cap T)$
$=0,017+0,049=0,066$

Propriété : $P_A(B)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}$

LOI NORMALE

Courbe représentative de la fonction associée à la loi normale.

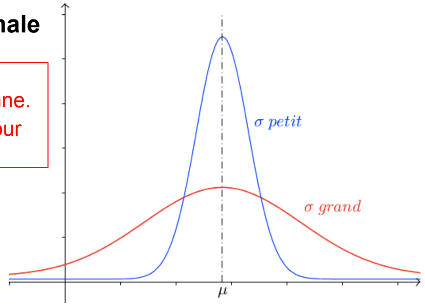


Remarque :
La courbe représentative de la fonction associée à la loi normale est une *courbe en cloche* symétrique par rapport à la droite d'équation $x = \mu$.

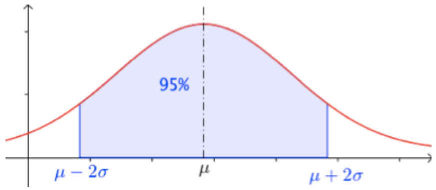
Espérance et écart-type d'une loi normale

Définitions :
- L'**espérance**, notée μ, donne la valeur moyenne.
- L'**écart-type**, noté σ, donne la dispersion autour de la moyenne.

Remarque :
La courbe est d'autant plus "resserrée" autour de son axe de symétrie que l'écart-type σ est petit.



Propriété : $P(\mu - 2\sigma \le X \le \mu + 2\sigma) = 0,95$



Calculs de probabilités avec la calculatrice

X suit une loi normale de paramètres μ = 80 et σ = 14.
Calculer : a) $P(70 \le X \le 100)$ b) $P(X \le 90)$ c) $P(X \ge 100)$

Sur TI :
- Taper sur les touches "**2nde**" et "**VAR/Distrib**".
- Saisir : a) **normalFRép(70,100,80,14)** b) **normalFRép(-10^{99},90,80,14)**
c) **normalFRép(100,10^{99},80,14)**

Sur Casio :
- Taper sur la touche "**OPTN**", puis dans l'ordre "**STAT**", "**DIST**" "**NORM**" et "**Ncd**".
- Saisir : a) **NormCD(70,100,14,80)** b) **NormCD(-10^{99},90,14,80)**
c) **NormCD(100,10^{99},14,80)**

LOI BINOMIALE

Définition : On réalise n expériences identiques et indépendantes à deux issues que l'on peut nommer "succès" et "échec".
La **variable aléatoire** X compte le nombre de succès obtenus.
On dit que la variable aléatoire X suit une **loi binomiale** de paramètres n et p.

Espérance de la loi binomiale

Propriété : Soit X une variable aléatoire qui suit la loi binomiale de paramètres n et p.
Alors : E(X) = n x p

Calculs de probabilités avec la calculatrice

X suit une loi binomiale de paramètres n = 7 et p = $\frac{2}{3}$.

Calculer : a) P(X=5) b) P(X≤5)

Sur TI : - Touches « **2nd** » + « **VAR** »
- Puis choisir : a) « **binomFdP** » et saisir binomFdP(7,2/3,5)
b) « **binomFRép** » et saisir binomFRép(7,2/3,5)

Sur Casio : - Touche « **OPTN** » puis choisir « **STAT** », « **DIST** », « **BINM** ».
- Puis choisir : a) « **Bpd** » et saisir **BinominalePD**(5,7,2/3)
b) « **Bcd** » et saisir **BinominaleCD**(5,7,2/3)

ECHANTILLONNAGE ET ESTIMATION

Intervalle de fluctuation

Définition : p est la proportion théorique.

L'intervalle de fluctuation à au moins 95% est : $I = \left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}}\right]$

Règle de décision : f la fréquence observée d'un échantillon de taille n.
I l'intervalle de fluctuation asymptotique à au moins 95%.
On fait l'hypothèse : "La proportion est p."
- Si $f \in I$, alors on accepte l'hypothèse.
- Si $f \notin I$, alors on rejette l'hypothèse.

Intervalle de confiance

Définition : f est la fréquence observée.

L'intervalle de confiance au niveau de confiance 95% est : $J = \left[f - \frac{1}{\sqrt{n}} ; f + \frac{1}{\sqrt{n}}\right]$.