

Exercice 1

Consignes pour l'exercice :

- On pourra s'aider de la calculatrice pour effectuer de façon soignée les représentations graphiques demandées.
- On fera apparaître pour chaque courbe les asymptotes (horizontale et verticale).
- Aucune étude de fonction détaillée n'est attendue.

1) Sans justification, tracer la courbe représentative de la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \frac{3x-1}{x-5}$.

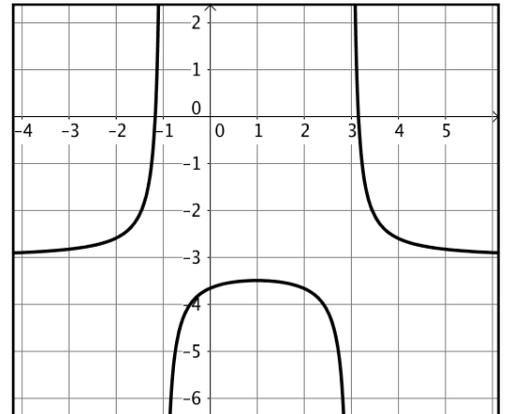
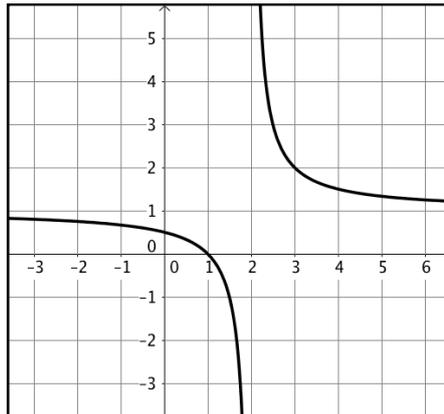
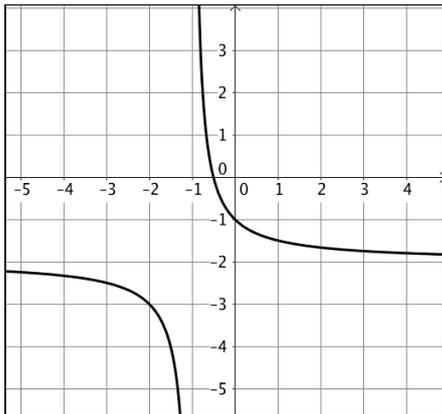
2) a) On considère les fonctions f_b définies sur \mathbb{R} par $f_b(x) = \frac{3x-1}{x-b}$, $b \in \mathbb{Z}$. Dans un nouveau repère, représenter de différentes couleurs les courbes des fonctions f_b pour b prenant les valeurs 2, 1, 0 puis -1.

b) On considère les fonctions f_a définies sur \mathbb{R} par $f_a(x) = \frac{ax-1}{x-5}$, $a \in \mathbb{Z}$. Dans un nouveau repère, représenter de différentes couleurs les courbes des fonctions f_a pour a prenant les valeurs 2, 1, -1 puis -2.

3) a) Démontrer que les courbes représentatives des fonctions f_b ont pour asymptote une droite d'équation $x = b$.

b) Démontrer que les courbes représentatives des fonctions f_a ont pour asymptote une droite d'équation $y = a$.

4) Pour chacune des représentations graphiques ci-dessous, trouver l'expression d'une fonction qui pourrait lui correspondre au niveau des asymptotes. Dans chaque cas, on justifiera.



Exercice 2

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ par : $f(x) = \frac{x^2-1}{(x-2)^2}$.

Proposer une étude aussi complète que possible de la fonction f (tableau de variations, asymptote(s), tangente(s) horizontale(s), ...) dans le but d'obtenir une représentation graphique de qualité.

Aide : On pourra démontrer que : $f'(x) = \frac{-4x^2 + 10x - 4}{(x-2)^4}$.

Exercice 3

Soit la suite (u_n) définie sur \mathbb{N} par : $u_0 = 4$ et $u_{n+1} = -0,5u_n + 3$.

1) Démontrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$: $u_n = 2 \times (-0,5)^n + 2$.

2) Démontrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$: $1 \leq u_n \leq 4$.

Petite pensée : « Le rôle d'un ami, c'est de se trouver à votre côté quand vous êtes dans l'erreur puisque tout le monde sera à côté de vous quand vous aurez raison. »

Mark Twain