AQUARIUMS

*Commentaire : Mise en œuvre d'un algorithme de coloriage.*

On souhaite placer 8 espèces de poissons A, B, C, D, E, F, G et H dans un nombre minimum d'aquariums. Certaines espèces ne peuvent cohabiter. Le tableau ci-dessous représente les incompatibilités entre les espèces.



|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **⮀** | **A** | **B** | **C** | **D** | **E** | **F** | **G** | **H** |
| **A** |  |  | ☹ | ☹ | ☹ | ☹ |  |  |
| **B** |  |  | ☹ | ☹ | ☹ |  | ☹ |  |
| **C** | ☹ | ☹ |  | ☹ |  | ☹ |  | ☹ |
| **D** | ☹ | ☹ | ☹ |  |  | ☹ | ☹ |  |
| **E** | ☹ | ☹ |  |  |  |  | ☹ | ☹ |
| **F** | ☹ |  | ☹ | ☹ |  |  |  |  |
| **G** |  | ☹ |  | ☹ | ☹ |  |  | ☹ |
| **H** |  |  | ☹ |  | ☹ |  | ☹ |  |

1) a) Compléter le graphe d'incompatibilité ci-dessus en reliant par des arêtes les espèces qui ne peuvent pas cohabiter ensemble.

 b) Donner le degré de chaque sommet.

2) Le schéma ci-dessous présente les étapes de l'algorithme de coloriage de Welsh-Powel. Mettre en œuvre cet algorithme en complétant le tableau suivant :

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **1** | *Numéroter les sommets dans l’ordre décroissant de leur degré.*

|  |  |
| --- | --- |
|  | *Boucles successives de l'algorithme* |
| *Liste ordonnée des sommets* |  |  |  |  |  |  |  |  |
| *Boucle n°1*  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| *Boucle n°2* |  |  |  |  |  |  |  |  |
| *Boucle n°3* |  |  |  |  |  |  |  |  |
| *Boucle n°4* |  |  |  |  |  |  |  |  |

 |
| **2** | *Parcourir la liste des sommets en attribuant une couleur non encore utilisée au premier sommet non encore coloré.* |
| **3** | *Attribuer cette même couleur à tous les sommets non colorés et non adjacents à aucun sommet déjà coloré avec cette couleur.* |
| **4** | *Si tous les sommets ne sont pas colorés, revenir à l’étape 2.* |

3) a) Rechercher un sous-graphe complet.

 b) Démontrer que 4 couleurs sont nécessaires et suffisantes puis en déduire une répartition des espèces dans les aquariums.

Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

[*www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales*](http://www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales)