

PARTIS POLITIQUES

Objectifs :

- Modélisation d'un problème à l'aide d'un système de suites imbriquées.
- Résolution de deux manières :
A l'aide d'un algorithme à programmer puis en utilisant des suites de matrices.

Partie 1

Une étude prouve que chaque année depuis 2015 :

- 5 % des adhérents d'un parti A quittent ce parti pour adhérer au parti B.
- À l'inverse, 8 % des adhérents du parti B le quittent pour adhérer au parti A.

En 2015, le parti A comptait 40 000 adhérents et le parti B en comptait 70 000.

1) a) Prouver qu'en 2016, les parties A et B comptaient respectivement 43 600 et 66 400 adhérents.

b) On considère que 2015 est l'année 0 et on note

- a_n le nombre d'adhérents au parti A à l'année n ;
- b_n le nombre d'adhérents au parti B à l'année n .

Exprimer a_{n+1} puis b_{n+1} en fonction de a_n et b_n .

c) Écrire un algorithme permettant de calculer le nombre d'adhérents en 2025.

On recopiera le programme sur la copie à rendre.

2) a) On considère U_n les matrices $\begin{pmatrix} a_n \\ b_n \end{pmatrix}$. Donner la matrice carrée A d'ordre 2 tel que :

$$U_{n+1} = AU_n.$$

b) À l'aide d'un calcul matriciel, retrouver le résultat établi à la question 3 de la partie 1.

c) Conjecturer la répartition des adhérents dans un futur éloigné.

Semble-t-on obtenir un état stable ?

Partie 2

On précise certains éléments nouveaux de l'étude. Le flux des adhérents entre les parties est en effet un peu plus complexe.

- 5 % des adhérents du parti A quittent ce parti dont 4% seulement adhèrent au parti B.
- À l'inverse, 8 % des adhérents du parti B le quittent dont 6% seulement adhèrent au parti A.

Par ailleurs, des adhérents provenant d'autres parties se rajoutent aux parties A et B.

Le parti A comptabilise ainsi 1000 adhérents supplémentaires chaque année. Et le parti B en comptabilise 500.

En admettant que le nombre d'adhérents de chaque parti converge avec le temps vers un état stable, déterminer la répartition des adhérents dans un futur éloigné.



Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales