ACHILLE ET LE PARADOXE DE L’INFINI



*Commentaire :*

*Cette activité exploite la notion de somme des termes d’une suite géométrique ainsi que la convergence d’une suite.*

*A priori la somme d’un nombre infini de longueurs est une longueur infinie. Au Vème siècle avant J.C., le grec Zénon d’Elée (-490 ; -425) nous exprime qu’il peut en être autrement :*

*Achille, célèbre pour sa rapidité, court à vitesse constante sur une longueur de 1 km. Précisons que le kilomètre n’existait pas encore à cette époque.*

*À la 1ère étape, Achille parcourt la moitié de la longueur de la course. À la 2e étape, il parcourt la moitié de la longueur restante et ainsi de suite en poursuivant le processus de division.*

*L’objectif de cette activité est de démontrer que plus on ajoute d’étapes, plus on se rapproche de l’arrivée sans la dépasser.*

1) Quelle est la distance parcourue durant 2e étape de la course ? Durant la 3e étape ? Durant la 4e étape ?

2) On note *un* la distance parcourue durant la *n*-ième étape de la course.

Démontrer que (*un*) est une suite géométrique dont on donnera la raison *q* et le premier terme *u1*.

3) Exprimer *un* en fonction de *n*.

4) a) Démontrer que pour tout *n*, on a : .

b) Calculer la limite de cette somme et donner une interprétation du résultat.

5) À l’aide de la calculatrice, déterminer le nombre minimum d’étapes pour approcher l’arrivée à moins de 1 mm.



Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

[*www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales*](http://www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales)