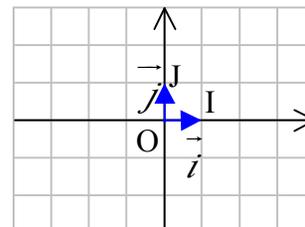


REPERAGE DANS LE PLAN

I. Repère du plan

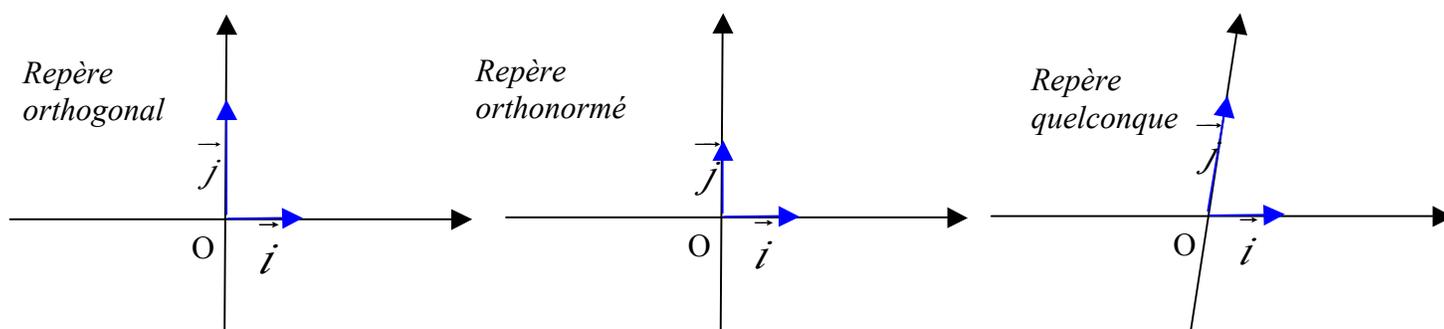
Trois points distincts deux à deux O, I et J du plan forment un repère, que l'on peut noter (O, I, J). L'origine O et les unités OI et OJ permettent de graduer les axes (OI) et (OJ).



Si on pose $\vec{i} = \overrightarrow{OI}$ et $\vec{j} = \overrightarrow{OJ}$, alors ce repère se note également (O, \vec{i} , \vec{j}).

Définitions :

- On appelle repère du plan tout triplet (O, \vec{i} , \vec{j}) où O est un point et \vec{i} et \vec{j} sont deux vecteurs non colinéaires.
- Un repère est dit orthogonal si \vec{i} et \vec{j} ont des directions perpendiculaires.
- Un repère est dit orthonormé s'il est orthogonal et si \vec{i} et \vec{j} sont de norme 1.



Exercices conseillés	En devoir
Ex 1, 2 (page11) p174 n°37, 38, 36 p173 n°39*, 40* p179 n°93	p182 n°109

ODYSSÉE 2de HATIER Edition 2010

Exercices conseillés	En devoir
p168 n°26 p170 n°63 p174 n°90, 91, 93 p181 n°133	p174 n°92 p177 n°114

ODYSSÉE 2de HATIER Edition 2014

TP conseillé

TP Tice 1 page162 : Lire des coordonnées dans différents repères
--

ODYSSÉE 2de HATIER Edition 2010

TP conseillé

p160 TP1 : Lire des coordonnées dans différents repères

ODYSSÉE 2de HATIER Edition 2014

TP info : Lectures de coordonnées :

http://www.maths-et-tiques.fr/telech/Lecture_coord.pdf

II. Coordonnées d'un vecteur

Activité conseillée

p151 n°3 : Coordonnées de vecteurs

ODYSSÉE 2de HATIER Edition 2010

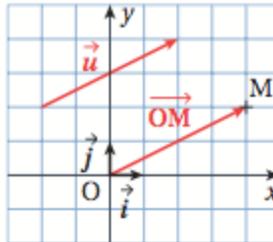
Activité conseillée

p149 n°3 : Coordonnées de vecteurs

ODYSSÉE 2de HATIER Edition 2014

Définition : Soit M un point quelconque d'un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) et un vecteur \vec{u} tel que : $\vec{OM} = \vec{u}$.

Les coordonnées du vecteur \vec{u} sont les coordonnées du point M.

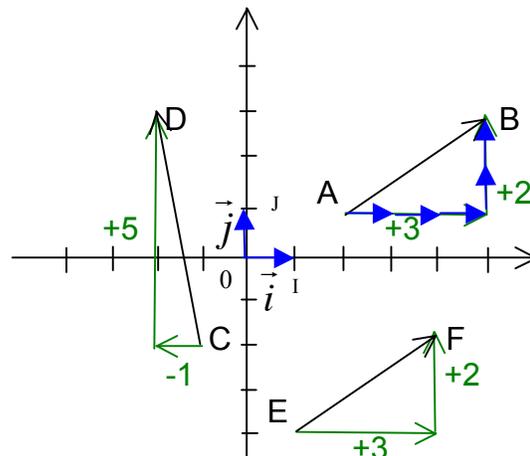


Si $M(x, y)$, on note : $\vec{u}(x, y)$ ou $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$.

Méthode : Déterminer les coordonnées d'un vecteur par lecture graphique

Vidéo <https://youtu.be/8PyiMHtp1fE>

Déterminer les coordonnées des vecteurs \vec{AB} , \vec{CD} et \vec{EF} par lecture graphique :



Pour aller de A vers B, on effectue une translation de 3 carreaux vers la droite (+3) et une translation de 2 carreaux vers le haut (+2). On trace ainsi un « chemin » de vecteurs \vec{i} et \vec{j} mis bout à bout reliant l'origine et l'extrémité du vecteur \overrightarrow{AB} .

Ainsi $\overrightarrow{AB} = 3\vec{i} + 2\vec{j}$.

Les coordonnées de \overrightarrow{AB} sont donc $\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$.

De même, $\overrightarrow{CD} = \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{EF} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$.

Exercices conseillés En devoir

Ex 3 à 5 (page11)	p174 n°44
p174 n°41 à 43	

ODYSSÉE 2de HATIER Edition 2010

Exercices conseillés En devoir

p168 n°27, 28	p168 n°29
p174 n°94	

ODYSSÉE 2de HATIER Edition 2014

Propriété :

Soit A et B deux points de coordonnées $\begin{pmatrix} x_A \\ y_A \end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix} x_B \\ y_B \end{pmatrix}$ dans un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) .

Le vecteur \overrightarrow{AB} a pour coordonnées $\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$.

Démonstration :

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB} = -\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$$

Comme $-\overrightarrow{OA}$ et \overrightarrow{OB} ont pour coordonnées respectives $\begin{pmatrix} -x_A \\ -y_A \end{pmatrix}$ (voir propriété qui

suit) et $\begin{pmatrix} x_B \\ y_B \end{pmatrix}$ alors \overrightarrow{AB} a pour coordonnées $\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$.

Méthode : Déterminer les coordonnées d'un vecteur par calcul

📺 Vidéo <https://youtu.be/wnNzmod2tMM>

Retrouver les coordonnées des vecteurs par le calcul.

$$A \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}, B \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix}, C \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \end{pmatrix}, D \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}, E \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \end{pmatrix} \text{ et } F \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 5-2 \\ 3-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \overrightarrow{CD} = \begin{pmatrix} -2-(-1) \\ 3-(-2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \end{pmatrix},$$

$$\overrightarrow{EF} = \begin{pmatrix} 4-1 \\ -2-(-4) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Propriétés :

Soit \vec{u} et \vec{v} deux vecteurs de coordonnées $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ dans un repère

(O, \vec{i}, \vec{j}) et un réel k .

- $\vec{u} = \vec{v}$ équivaut à $x = x'$ et $y = y'$

- Le vecteur $\vec{u} + \vec{v}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix} x + x' \\ y + y' \end{pmatrix}$

- Le vecteur $k\vec{u}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix} kx \\ ky \end{pmatrix}$

Remarque :

Si \vec{u} a pour coordonnées $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ alors $-\vec{u}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix} -x \\ -y \end{pmatrix}$.

Méthode : Appliquer les formules sur les coordonnées de vecteurs

 Vidéo <https://youtu.be/rC3xJNCuzkw>

Calculer les coordonnées des vecteurs $3\overrightarrow{AB}$, $4\overrightarrow{CD}$ et $3\overrightarrow{AB} - 4\overrightarrow{CD}$.

$$\text{On a : } \overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \overrightarrow{CD} = \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{EF} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$3\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 3 \times 3 \\ 3 \times 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ 6 \end{pmatrix}, \quad 4\overrightarrow{CD} = \begin{pmatrix} 4 \times (-1) \\ 4 \times 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 20 \end{pmatrix}$$

$$3\overrightarrow{AB} - 4\overrightarrow{CD} = \begin{pmatrix} 9 - (-4) \\ 6 - 20 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13 \\ -14 \end{pmatrix}$$

Exercices conseillés	En devoir
- Ex 6, 7 (page11) p174 n°45 -p175 n°47, 48	p175 n°46

ODYSSÉE 2de HATIER Edition 2010

Exercices conseillés	En devoir
p168 n°30, 32, 33 p175 n°96, 97	p168 n°31

ODYSSÉE 2de HATIER Edition 2014

Méthode : Calculer les coordonnées d'un point défini par une égalité vectorielle

 **Vidéo** <https://youtu.be/eQsMZTcniuY>

Dans un repère, soit les points $A \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $B \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix}$, $C \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$.

Déterminer les coordonnées du point D tel que ABCD soit un parallélogramme.

ABCD est un parallélogramme si et seulement si $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$.

On a : $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -4-1 \\ 3-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{DC} \begin{pmatrix} 1-x_D \\ -2-y_D \end{pmatrix}$

Donc $1 - x_D = -5$ et $-2 - y_D = 1$

Soit $x_D = 6$ et $y_D = -3$.

Exercices conseillés	En devoir
Ex 8, 9 (page12) p175 n°50, 51 p175 n°53 p177 n°83	p175 n°49

ODYSSÉE 2de HATIER Edition 2010

Exercices conseillés	En devoir
p168 n°34, 35, 37 p175 n°100	p168 n°36

ODYSSÉE 2de HATIER Edition 2014

III. Critère de colinéarité

Propriété :

Soit \vec{u} et \vec{v} deux vecteurs de coordonnées $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ dans un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) .

Dire que \vec{u} et \vec{v} sont colinéaires revient à dire que les coordonnées des deux vecteurs sont proportionnelles soit : $xy' - yx' = 0$.

Démonstration :

- Si l'un des vecteurs est nul alors l'équivalence est évidente.
- Supposons maintenant que les vecteurs \vec{u} et \vec{v} soient non nuls.

Dire que les vecteurs $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ sont colinéaires équivaut à dire qu'il

existe un nombre réel k tel que $\vec{u} = k\vec{v}$.

Les coordonnées des vecteurs \vec{u} et \vec{v} sont donc proportionnelles et le tableau ci-dessous est un tableau de proportionnalité :

x	x'
y	y'

Donc : $xy' = yx'$ soit encore $xy' - yx' = 0$.

Réciproquement, si $xy' - yx' = 0$.

Le vecteur \vec{v} étant non nul, l'une de ses coordonnées est non nulle.

Supposons que $x' \neq 0$. Posons alors $k = \frac{x}{x'}$. L'égalité $xy' - yx' = 0$ s'écrit :

$$y = \frac{xy'}{x'} = ky' \text{ et donc } \vec{u} = k\vec{v}.$$

Méthode : Vérifier si deux vecteurs sont colinéaires

 Vidéo <https://youtu.be/eX-639Pfw8>

Dans chaque cas, vérifier si les vecteurs \vec{u} et \vec{v} sont colinéaires dans un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) .

a) $\vec{u} \begin{pmatrix} 4 \\ -7 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} -12 \\ 21 \end{pmatrix}$

b) $\vec{u} \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 15 \\ -7 \end{pmatrix}$

$$a) 4 \times 21 - (-7) \times (-12) = 84 - 84 = 0.$$

Les vecteurs \vec{u} et \vec{v} sont donc colinéaires.

On peut également observer directement que $\vec{v} = -3\vec{u}$.

$$b) 5 \times (-7) - (-2) \times (15) = -35 + 30 = -5 \neq 0.$$

Les vecteurs \vec{u} et \vec{v} ne sont donc pas colinéaires.

Exercices conseillés	En devoir
Ex 10 à 12 (page12) p175 n°54, 57, 55* p176 n°63	p175 n°56

ODYSSÉE 2de HATIER Edition 2010

Exercices conseillés	En devoir
p168 n°38, 39 p175 n°102, 104 p180 n°129*	p169 n°40

ODYSSÉE 2de HATIER Edition 2014

Méthode : Appliquer le critère de colinéarité

 Vidéo https://youtu.be/eX-_639Pfw8

On considère (O, \vec{i}, \vec{j}) un repère du plan.

Soit $A \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $B \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$, $C \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \end{pmatrix}$, $D \begin{pmatrix} 6 \\ -1 \end{pmatrix}$ et $E \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \end{pmatrix}$.

- Démontrer que les droites (AB) et (CD) sont parallèles.
- Démontrer que les points E, B et D sont alignés.

$$1) \overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 3 - (-1) \\ 2 - 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{CD} = \begin{pmatrix} 6 - (-2) \\ -1 - (-3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Comme les coordonnées de \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{CD} sont proportionnelles, on en déduit que les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{CD} sont colinéaires.
Les droites (AB) et (CD) sont donc parallèles.

$$2) \overrightarrow{EB} = \begin{pmatrix} 3 - 5 \\ 2 - 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{ED} = \begin{pmatrix} 6 - 5 \\ -1 - 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

$$-2 \times (-1) - 2 \times 1 = 0$$

Les coordonnées de \overrightarrow{EB} et \overrightarrow{ED} vérifient le critère de colinéarité des vecteurs.

On en déduit que les vecteurs \overrightarrow{EB} et \overrightarrow{ED} sont colinéaires.
Les points E, B et D sont donc alignés.

Exercices conseillés	En devoir
p176 n°64 à 66 p176 n°68 p176 n°69, 70* p181 n°104*	p176 n°67

ODYSSÉE 2de HATIER Edition 2010

Exercices conseillés	En devoir
p169 n°46, 47, 49, 50, 52	p169 n°48, 51

ODYSSÉE 2de HATIER Edition 2014

IV. Coordonnées du milieu d'un segment

Propriété :

Soit A et B deux points de coordonnées $\begin{pmatrix} x_A \\ y_A \end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix} x_B \\ y_B \end{pmatrix}$ dans un repère

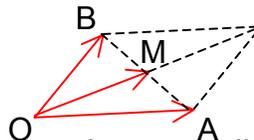
(O, \vec{i}, \vec{j}) . Le milieu M du segment [AB] a pour coordonnées :

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2}(x_A + x_B) \\ \frac{1}{2}(y_A + y_B) \end{pmatrix}$$

Démonstration :

Considérons le parallélogramme construit à partir de O, A et B.
Soit M son centre.

Alors $\overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB})$.

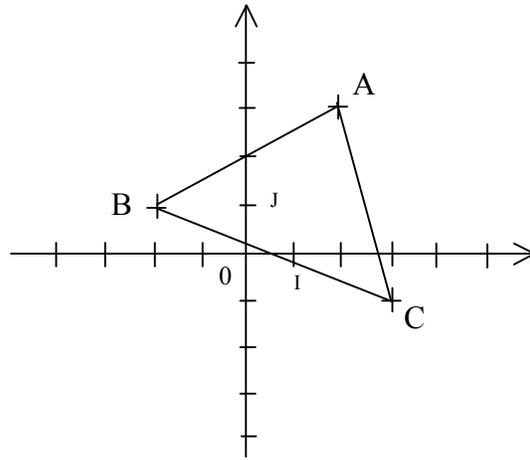


\overrightarrow{OM} (ou M) a donc les mêmes coordonnées que celles du vecteur $\frac{1}{2}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB})$

soit : $\begin{pmatrix} \frac{1}{2}(x_A + x_B) \\ \frac{1}{2}(y_A + y_B) \end{pmatrix}$

Méthode : Calculer les coordonnées d'un milieu

Vidéo <https://youtu.be/YTQCtSvxAmM>



Calculer les coordonnées de M, N et P milieux respectifs de [AB], [AC] et [BC].

$$M \left(\frac{2+(-2)}{2}; \frac{3+1}{2} \right) = (0; 2) \quad N \left(\frac{2+3}{2}; \frac{3+(-1)}{2} \right) = (2,5; 1)$$

$$P \left(\frac{-2+3}{2}; \frac{1+(-1)}{2} \right) = (0,5; 0)$$

Exercices conseillés	En devoir
Ex 13, 14 (page12) p175 n°58 p176 n°72 p175 n°59*	p181 n°102

ODYSSÉE 2de HATIER Edition 2010

Exercices conseillés	En devoir
p169 n°41, 42 p179 n°127	p169 n°53

ODYSSÉE 2de HATIER Edition 2014

V. Distance dans un repère orthonormé

Propriété :

Soit A et B deux points de coordonnées $\begin{pmatrix} x_A \\ y_A \end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix} x_B \\ y_B \end{pmatrix}$ dans un repère

orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) alors :

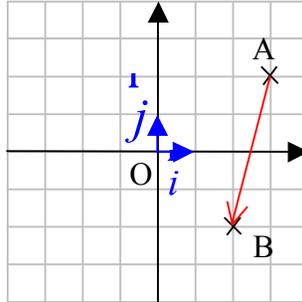
$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

(Cette propriété est une conséquence du théorème de Pythagore)

Méthode : Calculer une distance dans un repère orthonormé

Vidéo <https://youtu.be/pP8ebg8W9o8>

Soit $A \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $B \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix}$ deux points dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .



La distance AB (ou norme du vecteur \overrightarrow{AB}) est égale à :

$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{(2-3)^2 + (-2-2)^2} \\ &= \sqrt{1+16} \\ &= \sqrt{17} \end{aligned}$$

Exercices conseillés En devoir

p175 n°60 à 62 p176 n°74, 75*, 76* p180 n°100*	p176 n°73
---	-----------

ODYSSÉE 2de HATIER Edition 2010

Exercices conseillés En devoir

p169 n°43, 44, 54, 55 p179 n°125	p169 n°45
--	-----------

ODYSSÉE 2de HATIER Edition 2014

TP conseillé

TP algo2 p166 : Coordonnées et norme d'un vecteur TP algo3 p167 : Colinéarité, alignement TP algo4 p167 : Triangles isocèles
--

ODYSSÉE 2de HATIER Edition 2010

TP conseillé

p161 TP3 : Coordonnées et norme d'un vecteur p162 TP4 : Colinéarité, alignement p164 TP8 : Triangles isocèles

ODYSSÉE 2de HATIER Edition 2014



Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales

Exercice 1

Soit un rectangle ABCD de centre O.

- 1) Donner les coordonnées des points A, B, C, D et O dans le repère $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$.
- 2) Même question dans le repère $(B, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA})$.
- 2) Même question dans le repère $(O, \overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})$.

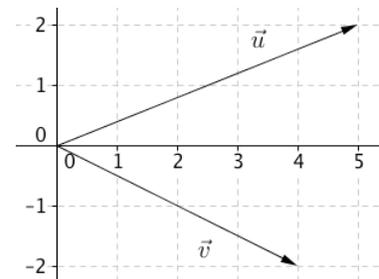
Exercice 2

Soit un carré ABCD de centre O.

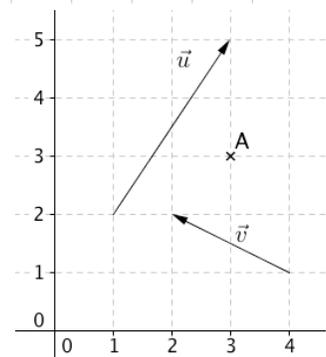
- 1) On considère le repère $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$
 - a) Donner les coordonnées de A' symétrique de A par rapport à C.
 - b) Donner les coordonnées de B' symétrique de B par rapport à A.
 - c) Donner les coordonnées de O' symétrique de O par rapport à A.
- 2) Même questions dans le repère $(O, \overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})$.

Exercice 3

- a) Lire les coordonnées des vecteurs \vec{u} et \vec{v} .
- b) Représenter les vecteurs $\vec{a}(2;4)$, $\vec{b}(-3;1)$ et $\vec{c}(-1;-1)$.

**Exercice 4**

- a) Lire les coordonnées des vecteurs \vec{u} et \vec{v} .
- b) Représenter les vecteurs $\vec{a}(-1;-2)$, $\vec{b}(1;3)$ et $\vec{c}(1;-1)$.
- c) Placer le point B tel que le vecteur \overrightarrow{AB} ait pour coordonnées $(1;2)$.

**Exercice 5**

Soit un rectangle ABCD.

On considère le repère $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$.

- a) Donner les coordonnées des vecteurs \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AD} et \overrightarrow{AC} .
- b) Placer le point E tel que le vecteur \overrightarrow{CE} ait pour coordonnées $(-1;2)$.
- c) Placer le point F tel que le vecteur \overrightarrow{DF} ait pour coordonnées $(2;-2)$.

Exercice 6

Soit A(2 ; 3), B(-4 ; -1), C(2 ; 4) et D(-5 ; 1) quatre points dans un repère du plan.

Calculer les coordonnées des vecteurs \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{CD} , \overrightarrow{AC} et \overrightarrow{BD} .

Exercice 7

Soit A(3 ; 2), B(-4 ; 1) et C(6 ; -4) trois points dans un repère du plan.

Calculer les coordonnées des vecteurs \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AC} et \overrightarrow{BC}

Exercice 8

Soit les points $A(2 ; 3)$, $B(5 ; 2)$ et $C(6 ; 3)$.

Calculer les coordonnées du point D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme.

Exercice 9

Soit les points $A(-2 ; 1)$, $B(2 ; 0)$ et $C(1 ; -2)$.

Calculer les coordonnées du point D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme.

Exercice 10

Soit les points $A(1 ; 4)$, $B(3 ; 5)$, $C(-2 ; -1)$ et $D(4 ; 2)$.

Démontrer que les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{CD} sont colinéaires.

Exercice 11

Soit les points $A(-2 ; 5)$, $B(1 ; 3)$, $C(-1 ; 2)$ et $D(3 ; -1)$.

1) Démontrer que les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{CD} ne sont pas colinéaires.

2) Les vecteurs \overrightarrow{AC} et \overrightarrow{BD} sont-ils colinéaires ?

Exercice 12

Soit $A(2 ; -4)$, $B(2 ; -3)$, $C(1 ; 5)$ et $D(2 ; 3)$ quatre points dans un repère du plan.

Les vecteurs \overrightarrow{AC} et \overrightarrow{BD} sont-ils colinéaires ?

Exercice 13

Soit $A(3 ; 2)$, $B(1 ; 4)$ et $C(-1 ; -3)$.

Calculer les coordonnées des milieux I de $[AB]$, J de $[AC]$ et K de $[BC]$.

Exercice 14

Soit $C(-4 ; 3)$, $D(-5 ; 2)$ et $E(-3 ; 2)$.

Calculer les coordonnées des milieux I de $[CD]$, J de $[CE]$ et K de $[ED]$.



Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales