

CALCUL ALGEBRIQUE

Activité conseillée

p20 n°1 : Reconnaître la forme
d'une expression algébrique

ODYSSÉE 2de HATIER Edition 2010

Activité conseillée

p60 n°1 : Reconnaître la forme
d'une expression algébrique

ODYSSÉE 2de HATIER Edition 2014

I. Somme de termes et produit de facteurs

1. Exemples :

Sommes (ou différences) de termes	Produits de facteurs
$x - 3$ $(2x + 4) + 3x$ $(5 - x) - (9 + 9x)$ $3 + (2 + 3x)(x - 2)$	$(6x + 1)(x - 1)$ $2(1 + 6x)$ $(8 - x)(2 + x)$ $(3 + 8x)(x - 8)^2$

Remarque :

$\frac{3}{2-x}$ est appelé un quotient. C'est le produit de 3 et de l'inverse de $2-x$.

2. Valeurs « interdites » :

Pour certaines expressions dépendantes de x , il existe des valeurs de x pour lesquelles on ne peut pas calculer l'expression.

Exemple :

$$\text{Soit } A(x) = \frac{x+5}{4+x}.$$

Pour $x = -4$, $4+x = 0$.

Il n'est donc pas possible de calculer $A(-4)$.

Pour l'expression $A(x)$, x désigne un nombre réel différent de -4 .

Exercices conseillés En devoir

p35 n°1 à 4 p35 n°6 et 7	Ecrire des phrases exprimant des expressions algébriques
-----------------------------	--

ODYSSÉE 2de HATIER Edition 2010

Exercices conseillés En devoir

p75 n°1 à 5 p83 n°105, 106	Ecrire des phrases exprimant des expressions algébriques
-------------------------------	--

ODYSSÉE 2de HATIER Edition 2014

II. Développer et factoriser

1. Distributivité

Définitions :

Développer c'est transformer un produit en une somme (ou différence) de termes.

Factoriser c'est transformer une somme en un produit de facteurs.

Exemple :

$$\begin{array}{c}
 \text{DEVELOPPER} \\
 \longrightarrow \\
 x(4 - y) = 4x - xy \\
 \longleftarrow \\
 \text{FACTORISER}
 \end{array}$$

On dit que la multiplication est *distributive* par rapport à l'addition (ou la soustraction).

Dans l'exemple, on a *distribué* la multiplication par x sur les termes 4 et y .

2. Double-distributivité

Propriété :

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

①
②
③
④

3. Identités remarquables

Propriété :

Pour tous nombres réels a et b , on a :

$$\begin{array}{c}
 \text{DEVELOPPER} \\
 \longrightarrow \\
 (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \\
 (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \\
 (a + b)(a - b) = a^2 - b^2 \\
 \longleftarrow \\
 \text{FACTORISER}
 \end{array}$$

Exemples :

$$(x-5)^2 = x^2 - 2 \times x \times 5 + 5^2 = x^2 - 10x + 25$$

$$(2x-1)(2x+1) = (2x)^2 - 1^2 = 4x^2 - 1$$

$$x^2 + 6x + 9 = x^2 + 2 \times 3 \times x + 3^2 = (x+3)^2$$

Méthode : Développer une expression

 **Vidéo** <https://youtu.be/o6qVMmA3oTQ>

Développer et réduire l'expression suivante :

$$A = (x+2)(4x-3) - x(7-x)$$

On développe le membre de gauche en appliquant la **double-distributivité** et le membre de droite en appliquant la **distributivité**.

$$A = (x+2)(4x-3) - x(7-x)$$

$$= 4x^2 - 3x + 8x - 6 - 7x + x^2$$

$$= 5x^2 - 2x - 6$$

Exercices conseillés	En devoir
p35 n°8 p35 n°10 p36 n°11 à 14	p39 n°61

ODYSSÉE 2de HATIER Edition 2010

Exercices conseillés	En devoir
p75 n°6 à 10	p75 n°11

ODYSSÉE 2de HATIER Edition 2014

4. FactoriserMéthode : Factoriser une expression

 **Vidéo** <https://youtu.be/UGTFELhE9Dw>

Factoriser les expressions suivantes :

$$B = 3(2+3x) - (5+2x)(2+3x)$$

$$C = (2-5x)^2 - (2-5x)(1+x)$$

$$D = 5(1-2x) - (4+3x)(2x-1)$$

$$E = 3x^2 - x$$

Pour factoriser, il faut trouver dans chacun des termes de l'expression un **facteur commun**. Il s'agit ici de **2 + 3x**.

$$\begin{aligned} B &= 3(2+3x) - (5+2x)(2+3x) \\ &= (2+3x)(3 - (5+2x)) \end{aligned}$$

$$= (2 + 3x)(3 - 5 - 2x)$$

$$= (2 + 3x)(-2 - 2x)$$

$$C = (2 - 5x)^2 - (2 - 5x)(1 + x)$$

$$= (2 - 5x)(2 - 5x) - (2 - 5x)(1 + x)$$

$$= (2 - 5x)((2 - 5x) - (1 + x))$$

$$= (2 - 5x)(2 - 5x - 1 - x)$$

$$= (2 - 5x)(1 - 6x)$$

Lorsque le facteur commun n'est pas immédiatement apparent, il est parfois possible de modifier l'écriture d'un des termes de l'expression pour faire apparaître un facteur commun :

$$D = 5(1 - 2x) - (4 + 3x)(2x - 1)$$

$$= 5(1 - 2x) + (4 + 3x)(1 - 2x)$$

$$= (1 - 2x)(5 + (4 + 3x))$$

$$= (1 - 2x)(9 + 3x)$$

$$E = 3x^2 - x$$

$$= 3x^2 - x \times 1$$

$$= x(3x - 1)$$

Exercices conseillés

p36 n°17 et 18	
----------------	--

ODYSSÉE 2de HATIER Edition 2010

Exercices conseillés

p75 n°12, 13	
p81 n°76, 77	
p80 n°64, 65	
p81 n°74*	

ODYSSÉE 2de HATIER Edition 2014

Méthode : Factoriser en utilisant une identité remarquable

 Vidéo <https://youtu.be/tO4p9TzMrIs>

Factoriser l'expression suivante :

$$A = (3x + 1)^2 - 49$$

On reconnaît une identité remarquable du type $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ avec $a = 3x + 1$ et $b = 7$.

$$A = (3x + 1)^2 - 49$$

$$= (3x + 1)^2 - 7^2$$

$$= ((3x + 1) - 7)((3x + 1) + 7)$$

$$= (3x + 1 - 7)(3x + 1 + 7)$$

$$= (3x - 6)(3x + 8)$$

Exercices conseillés	En devoir
p36 n°19 à 21 p36 n°23 p40 n°64	p36 n°22

ODYSSÉE 2de HATIER Edition 2010

Exercices conseillés	En devoir
p75 n°14, 15, 17, 16*, 18*	

ODYSSÉE 2de HATIER Edition 2014

III. Réduire au même dénominateur

Définition :

Réduire au même dénominateur c'est transformer une somme (ou une différence) de deux fractions en une seule fraction.

Propriété :

Pour tout nombre a, b, c et d , réels on a :

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad}{bd} + \frac{bc}{bd} = \frac{ad + bc}{bd}$$

Méthode : Réduire au même dénominateur

▶ Vidéo https://youtu.be/ld_udNTKsqli

Réduire les expressions suivantes au même dénominateur :

$$A = \frac{7x}{x-2} - \frac{5}{3-x}$$

$$B = 3 + \frac{5x}{2x+1}$$

$$\begin{aligned} A &= \frac{7x}{x-2} - \frac{5}{3-x} \\ &= \frac{7x(3-x)}{(x-2)(3-x)} - \frac{5(x-2)}{(3-x)(x-2)} \\ &= \frac{7x(3-x) - 5(x-2)}{(x-2)(3-x)} \\ &= \frac{21x - 7x^2 - 5x + 10}{(x-2)(3-x)} \\ &= \frac{-7x^2 + 16x + 10}{(x-2)(3-x)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= 3 + \frac{5x}{2x+1} \\ &= \frac{3}{1} + \frac{5x}{2x+1} \\ &= \frac{3(2x+1)}{2x+1} + \frac{5x}{2x+1} \\ &= \frac{3(2x+1) + 5x}{2x+1} \\ &= \frac{6x + 3 + 5x}{2x+1} \\ &= \frac{11x + 3}{2x+1} \end{aligned}$$

Exercices conseillés	
p36 n°25 à 27	

ODYSSÉE 2de HATIER Edition 2010

Exercices conseillés	
p80 n°67, 68	

ODYSSÉE 2de HATIER Edition 2014



Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales

Yvan Monka – Académie de Strasbourg – www.maths-et-tiques.fr