

NOMBRES ENTIERS ET DÉCIMAUX – Chapitre 1/2

▶ Tout le cours en vidéo : <https://youtu.be/LOp-LK2XQ5A>

ÉVOLUTION DES CHIFFRES DE L'INDE ... À L'EUROPE

1 → 𑂔 → 𑂕 → 1
 2 → 𑂖 → 𑂗 → 2
 3 → 𑂘 → 𑂙 → 3
 4 → 𑂚 → 𑂛 → 𑂜 → 𑂝 → 4
 5 → 𑂞 → 𑂟 → 𑂠 → 5
 6 → 𑂡 → 𑂢 → 6
 7 → 𑂣 → 7
 8 → 𑂤 → 8
 9 → 𑂥 → 𑂦 → 9

Pour écrire les nombres, on utilise 10 symboles que nous appelons « chiffres » :

1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9 ; 0. C'est le système décimal. Nos 10 doigts en sont certainement à l'origine.

Les chiffres que nous appelons arabe ont pour origine les Indes. Ce sont les arabes qui emprunteront le système de numération aux Indes.

Le moine français Gerbert d'Aurillac (qui est devenu le pape Sylvestre II) les amène en Europe.

Le « 0 » qui vient aussi de l'Inde est resté longtemps ignoré ; ils l'appelaient « sūnya » = vide.

Le mathématicien italien Léonard de Pise dit Fibonacci (1180 ; 1250) introduit en Europe la numération de position : la valeur du chiffre varie en fonction de la place qu'il occupe dans l'écriture du nombre.

Al Kashi (1380 ; 1430), astronome à Samarkand (Asie), est à l'origine des nombres décimaux (nombres à virgule) mais c'est le mathématicien belge Simon Stevin qui se rapprochera de la notation actuelle.

Il notait par exemple le nombre 89,532 :

89 ① 5 ② 3 ③ 2 ④

C'est un progrès considérable pour effectuer des opérations par rapport à l'écriture romaine.

Le mot « virgule » vient du latin « virgula » qui désignait une petite branche.

Partie 1 : Les nombres entiers

1) Écriture et rang

Notre numération utilise 10 symboles appelés **chiffres** : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Exemple : 1 522 est un nombre entier. Son écriture est composée des chiffres 1, 5 et 2.

Cependant, dans l'écriture du nombre 1 522,

bien que 1 soit inférieur à 5, la valeur du chiffre 1 est supérieure à celle du chiffre 5.

En effet :

1 est au rang des milliers et correspond à 1 000.

5 est au rang des centaines et correspond à 500.

C'est le principe de la **numération de position**.

Classe des milliards			Classe des millions			Classe des mille			Classe des unités		
Centaines de milliards	Dizaines de milliards	Milliards	Centaines de millions	Dizaines de millions	Millions	Centaines de mille	Dizaines de mille	Mille	Centaines	Dizaines	Unités
		1	2	5	2	3	4	2	5	3	2

Exemple :

4 dizaines de mille ↑

Remarque : Pour les grands nombres, on a l'habitude de séparer les classes.

Par exemple, 1252342532 est un nombre entier mal écrit. On préfère : 1 252 342 532

▶ Vidéo https://youtu.be/MX2ASbYum_I

▶ Vidéo <https://youtu.be/1m7mBRT3eAc>

Méthode : Reconnaître le rang d'un chiffre dans un nombre

▶ Vidéo <https://youtu.be/NYD4iynRWMA>

a) Dans chaque cas, donner le rang du chiffre souligné :

4 567 6 740 6 439 6 876 000

b) Dans 7 524, déterminer :

- Le nombre de dizaines,
- Le nombre de centaines.

Correction

a) 4 567 : Dizaine 6 740 : Unité 6 439 : Centaine 6 876 000 : Millions

b) •

Classe des mille			Classe des unités		
Centaines de mille	Dizaines de mille	Mille	Centaines	Dizaines	Unité
		7	5	2	4

7 524 contient **752 dizaines**.

•

Classe des mille			Classe des unités		
Centaines de mille	Dizaines de mille	Mille	Centaines	Dizaines	Unités
		7	5	2	4

7 524 contient **75 centaines**.

2) Quelques grands nombres

Million (1 000 000)	Quintillion (1 suivi de 30 zéros)	Décillion (1 suivi de 60 zéros)
Milliard (1 000 000 000)	Sextillion (1 suivi de 36 zéros)	Googol (1 suivi de 100 zéros)
Billion (1 000 000 000 000)	Septillion (1 suivi de 42 zéros)	Googolplex (1 suivi de Googol zéros)
Billiard (1 suivi de 15 zéros)	Octillion (1 suivi de 48 zéros)	XXe Edward Kasner USA
Trillion (1 suivi de 18 zéros)	Nonillion (1 suivi de 54 zéros)	Asankhyeya (1 suivi de 140 zéros)
Quatrillion (1 suivi de 24 zéros)		Origine bouddhiques

3) Décomposition d'un nombre entier

Méthode : Décomposer un nombre entier selon ses rangs

 Vidéo <https://youtu.be/14XxGsJNl>

Décomposer 5 239 et 184 030 selon leurs rangs.

Correction

$$5\,239 = (5 \times 1\,000) + (2 \times 100) + (3 \times 10) + (9 \times 1)$$

$$184\,030 = (1 \times 100\,000) + (8 \times 10\,000) + (4 \times 1\,000) + (3 \times 10)$$

Partie 2 : Nombres décimaux

1) Écriture d'un nombre décimal

52,493 est un nombre décimal.

52 est appelée **partie entière** et 0,493 est appelée **partie décimale**.

Un nombre décimal est la somme de sa **partie entière** et de sa **partie décimale** :

$$52,493 = 52 + 0,493$$

Exemples de nombres entiers : 0 - 5 - 7 - 1 254

Exemples de nombres décimaux : 2,5 - 5,3 - 0,8 - 0,2 - 7 - 0

2) Rangs des nombres décimaux

Centaines de mille	Dizaines de mille	Mille	Centaines	Dizaines	Unités	Dixièmes	Centièmes	Millièmes	Dix-millièmes	Cent-millièmes
				5	2 ,	4	9	3		

La virgule permet de repérer le chiffre des unités. Ici 2.

Méthode : Reconnaître le rang d'un chiffre dans un nombre

 Vidéo <https://youtu.be/icGHAYyXaE4>

a) Dans chaque cas, donner le rang du chiffre souligné :

9 597

2 775,56

41 876,74

67,5357

87,986

643 069 434

b) Dans 52,493, déterminer :

- Le nombre de dixièmes,
- Le nombre de centièmes.

Correction

a) 9 597 : Dizaines

2 775,56 : Unités

41 876,74 : Dixièmes

67,5357 : Millièmes

87,986 : Centièmes

643 069 434 : Dizaines de millions

b) •

Dizaines	Unités	Dixièmes	Centièmes	Millièmes
5	2,	4	9	3

52,493 contient **524 dixièmes**.

•

Dizaines	Unités	Dixièmes	Centièmes	Millièmes
5	2,	4	9	3

52,493 contient **5 249 centièmes**.

3) Attention aux zéros !

Un nombre décimal peut s'écrire d'une infinité de façons.

Exemples :

- $2,45 = 02,45 = 2,450 = 2,4500$
- Cela explique par exemple pourquoi un nombre entier est un nombre décimal.
Par exemple : $2 = 2,0 = 2,00 \dots$

Méthode : Supprimer les « zéros inutiles » dans un nombre



Vidéo <https://youtu.be/70UhgN2FssQ>

Supprimer les zéros éventuellement « inutiles » dans les nombres suivants :

45,60 089 103 400 5,080 45,00

Correction

45,6**0** = 45,6 **0**89 = 89 103 400 5,08**0** = 5,08 45,**00** = 45

Partie 3 : Fractions décimales

Définition : Une **fraction décimale** est une fraction dont le numérateur est un nombre entier et dont le dénominateur est 10, 100, 1 000, ...

Exemples : Numérateur un entier

$$\frac{3}{100}$$

← Dénominateur 10, 100, ...

En lettre	Un dixième	Un centième	Un millième	Treize centièmes	Soixante-cinq millièmes	Deux-cent-trois dixièmes
Fraction décimale	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1\,000}$	$\frac{13}{100}$	$\frac{65}{1\,000}$	$\frac{203}{10}$
Écriture décimale	0,1	0,01	0,001	0,13	0,065	20,3

Méthode : Passer de l'écriture décimale à l'écriture fractionnaire et inversement

▶ Vidéo <https://youtu.be/ZQlowPriBhg>

▶ Vidéo <https://youtu.be/i75HKdds3Gc>

1) Écrire les nombres suivants sous forme fractionnaire : 2,3 45,67

2) Écrire les nombres suivants sous forme décimale : $\frac{49}{100}$ $\frac{56}{10}$

Correction

1) $2,3 = \frac{23}{10}$. En effet, 3 est au rang des dixièmes.

$45,67 = \frac{4\,567}{100}$. En effet, 7 est au rang des centièmes.

2) $\frac{49}{100} = 0,49$. En effet, 9 passe au rang des centièmes.

$\frac{56}{10} = 5,6$. En effet, 6 passe au rang des dixièmes.

Méthode : Décomposer un nombre à l'aide de fractions décimales

▶ Vidéo <https://youtu.be/uqBEfHwZTX8>

Décomposer le nombre 453,51 à l'aide de fractions décimales.

Correction

On peut rappeler les différentes écritures d'un nombre :

• Écriture décimale : 453,51

• En lettres : 453 unités et 5 dixièmes 1 centième
453 unités et 51 centièmes

• Écriture fractionnaire : $\frac{45\,351}{100}$

• Somme d'un entier et d'une fraction décimale : $453 + \frac{51}{100}$

• Décomposition selon les rangs : $(4 \times 100) + (5 \times 10) + (3 \times 1) + \left(5 \times \frac{1}{10}\right) + \left(1 \times \frac{1}{100}\right)$



Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales