SUITES GÉOMÉTRIQUES

**Partie 1 : Relation de récurrence**

Exemples d’introduction :

a) Considérons la suite où l’on passe d’un terme au suivant en multipliant par 2.

Si le premier terme est égal à 5, les termes suivants sont :

,

,

,

.

Une telle suite est appelée une suite géométrique de raison 2 et de premier terme 5.

La suite est donc définie par :

b) Soit la suite géométrique de premier terme 4 et de raison 0,1.

Les premiers termes successifs sont :

= 4

= 0,1 4 = 0,4

= 0,1 0,4 = 0,04

= 0,1 0,04 = 0,004

La suite est donc définie par :

Définition : Une suite est une **suite géométrique** s'il existe un nombre réel , strictement positif, tel que pour tout entier , on a : .

Le nombre est appelé **raison** de la suite.

Remarque : Dans le cas où , la suite est également géométrique mais cette situation n’est pas au programme cette année.

Exemple concret :

On place un capital de 500 € sur un compte dont les intérêts annuels s'élèvent à 4 %.

Chaque année, le capital est donc multiplié par 1,04.

Ce capital suit une progression géométrique de raison 1,04.

On a ainsi :

De manière générale : avec

**Partie 2 : Forme explicite en fonction de n**

Propriété : est une suite géométrique de raison et de premier terme .

Pour tout entier naturel , on a : .

Méthode : Déterminer une expression en fonction de d’une suite géométrique

 **Vidéo** [**https://youtu.be/WTmdtbQpa0c**](https://youtu.be/WTmdtbQpa0c)

a) Déterminer l’expression en fonction de de la suite géométrique définie par :

b) Déterminer l’expression en fonction de de la suite géométrique définie par :

**Correction**

a) On a : et

On passe d’un terme au suivant en multipliant par 4, donc la raison est égale à et le premier terme est égal à 3.

Ainsi :

b) On a : et

On passe d’un terme au suivant en multipliant par 2 donc la raison est égale à 2.

Ici, le terme n’est pas donné mais on peut le calculer.

Pour passer de à on divise par 2 (« marche arrière ») donc :

La raison est égale à et le premier terme est égal à 2,5.

Ainsi :

⚠️ À noter : Il peut être pratique d’appliquer directement la formule :

**Partie 3 : Variation et représentation graphique**

Propriété : est une suite géométrique de raison et de premier terme strictement positif.

- Si alors la suite est croissante.

- Si alors la suite est constante.

- Si alors la suite est décroissante.

Méthode : Déterminer le sens de variation d’une suite géométrique

Déterminer le sens de variation des suites géométriques et définies par :

a) b)

**Correction**

a) La suite géométrique définie par est croissante car  donc

b) La suite géométrique définie par et est décroissante car  donc .

Méthode : Étudier un problème à l’aide d’une suite géométrique

 **Vidéo** [**https://youtu.be/WTmdtbQpa0c**](https://youtu.be/WTmdtbQpa0c)

On place un capital de 500 € sur un compte dont les intérêts annuels s'élèvent à 4 % par an.

On note la valeur du capital après années.

a) Calculer et.

b) Quelle est la nature de la suite () ? On donnera son premier terme et sa raison.

c) Exprimer en fonction de .

d) Donner la variation de la suite ().

e) Exprimer en fonction de .

**Correction**

a) Chaque année, le capital est multiplié par 1,04.

b) () est une suite géométrique de premier terme et de raison .

On parle ici de **croissance exponentielle**.

c)

d) donc la suite (*un*) est croissante.

e) Après 1 an, le capital est égal à :

Après 2 ans, le capital est égal à :

Après 3 ans, le capital est égal à :

De manière générale, après années, le capital est :

**Partie 4 : Comparaison de suites**

Méthode : Comparer deux suites

Une banque propose deux options de placement :

- Placement A : On dépose un capital de départ. Chaque année, la banque nous reverse 6 % du capital de départ.

- Placement B : On dépose un capital de départ. Chaque année, la banque nous reverse 4 % du capital de l’année précédente.

On suppose que le placement initial est de 200 €. L’objectif est de savoir à partir de combien d’années un placement est plus intéressant que l’autre.

On note la valeur du capital après années pour le placement A et la valeur du capital après années pour le placement B.

1) a) Calculer , et.

b) Calculer , et.

2) Quelle est la nature des suites () et () ? On donnera le premier terme et la raison.

3) Exprimer et en fonction de .

4) Déterminer le plus petit entier , tel que . Interpréter ce résultat.

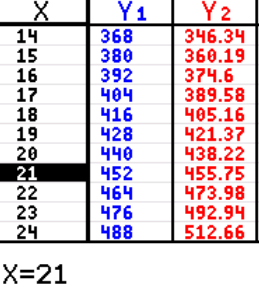
**Correction**

1) a) Avec le placement A, on gagne chaque année 6 % de 200 € = 12 €.

b) Avec le placement B, chaque année le capital est multiplié par 1,04.

2) () est une suite arithmétique de premier terme et de raison .

() est une suite géométrique de premier terme et de raison .



3)

4) Saisir l’expression du terme général, comme pour

une fonction :

Macintosh HD:Users:ymonka:Desktop:Capture d’écran 2015-06-22 à 15.23.57.png

Paramétrer la Table avec un pas de 1 et afficher la table :

Le plus petit entier , tel que est 21.

Cela signifie qu’à partir de 21 années, le placement B

devient plus rentable que le placement A.

Décibels : Téléphones VS Avion

 **Vidéo** [**https://youtu.be/mvXGq5S0eAM**](https://youtu.be/mvXGq5S0eAM)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **RÉSUMÉ** | () une suite géométrique   * de raison positive * de premier terme positif. | Exemple :  et |
| Définition |  | Le rapport entre un terme et son précédent est égal à 2. |
| Propriété |  |  |
| Sens  de variation | Si  : () est croissante.  Si : () est décroissante. | La suite () est croissante. |
| Représentation graphique | On parle de croissance exponentielle. |  |



Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

[*www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales*](http://www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales)