FONCTIONS AFFINES

Tout le cours en vidéo : https://youtu.be/n5_pRx4ozlg

Partie 1 : Sens de variation des fonctions affines

1) Définitions

Définitions : Une **fonction affine** f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax + b$, où a et b sont deux nombres réels.
Lorsque $b = 0$, la fonction f définie par $f(x) = ax$ est une **fonction linéaire**.

Exemples :
- Fonction affine : $f(x) = -x + 6$ avec $a = -1$ et $b = 6$
- Fonction linéaire : $g(x) = -\frac{2}{7}x$ avec $a = -\frac{2}{7}$

2) Variations

Propriété : Soit f une fonction affine définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax + b$.
Si $a > 0$, alors f est croissante.
Si $a < 0$, alors f est décroissante.
Si $a = 0$, alors f est constante.

Méthode : Déterminer les variations d'une fonction affine

Vidéo https://youtu.be/9x1mMKopdI0

Déterminer les variations des fonctions affines suivantes :
a) $f(x) = 3x + 2$ b) $g(x) = 7 - 6x$ c) $h(x) = -x$

Correction
1) $f(x) = 3x + 2$ $a > 0$ donc f est croissante.
2) $g(x) = 7 - 6x = -6x + 7$ $a < 0$ donc g est décroissante.
3) $h(x) = -x = -1x$ $a < 0$ donc h est décroissante.

Partie 2 : Représentation graphique

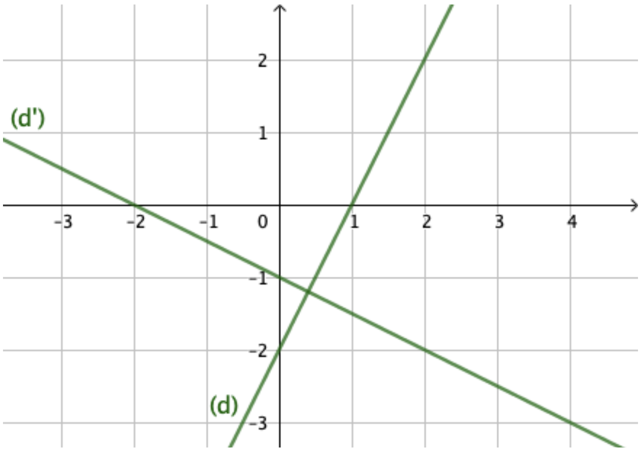
Propriétés :
- Une fonction affine est représentée par une droite.
- Une fonction linéaire est représentée par une droite passant par l'origine du repère.

Soit la fonction affine f définie par $f(x) = \boldsymbol{a}x + \boldsymbol{b}$.
$\boldsymbol{a}$ s'appelle le **coefficient directeur**
$\boldsymbol{b}$ s'appelle l'**ordonnée à l'origine.**

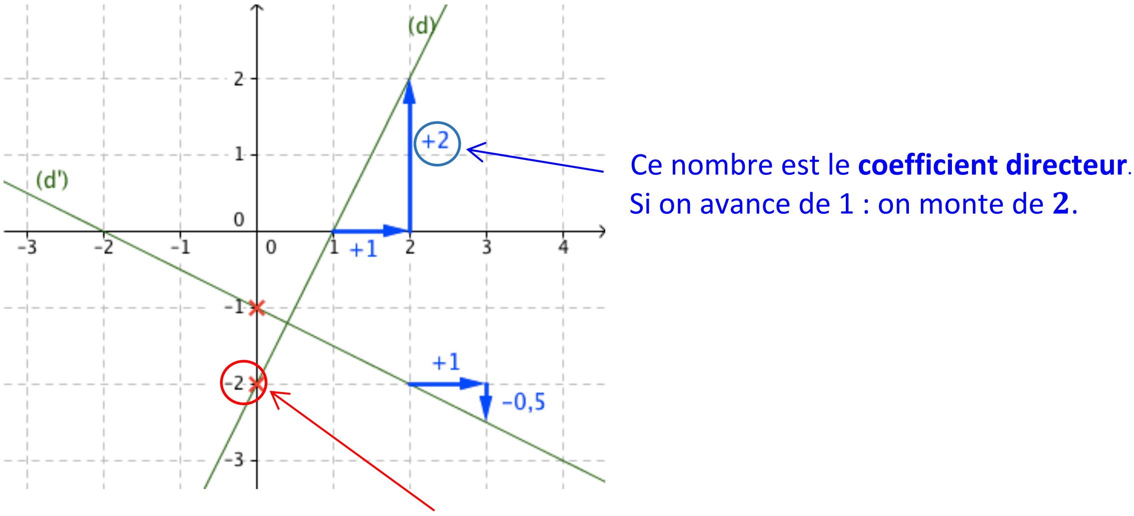
Méthode : Déterminer graphiquement une fonction affine

Vidéo https://youtu.be/OnnrfqztpTY
Vidéo https://youtu.be/fq2sXpbdJQg
Vidéo https://youtu.be/q68CLk2CNik

Déterminer graphiquement l'expression des fonctions f et g représentées respectivement par les droites (d) et (d').



Correction



Ce nombre est l'**ordonnée à l'origine**.
−2 se lit sur l'axe des ordonnées.

Pour (d) : Le coefficient directeur est 2
L'ordonnée à l'origine est -2
L'expression de la fonction f est : $f(x) = 2x - 2$

Pour (d') : Le coefficient directeur est $-0{,}5$
L'ordonnée à l'origine est -1
L'expression de la fonction g est : $g(x) = -0{,}5x - 1$

Partie 3 : Taux d'accroissement

Propriété des accroissements : Soit la fonction affine f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax + b$ et deux nombres réels distincts m et n.

Alors : $a = \dfrac{f(m)-f(n)}{m-n}$

Remarque : Dans le calcul de a, inverser m et n n'a pas d'importance.
En effet : $\dfrac{f(m)-f(n)}{m-n} = \dfrac{f(n)-f(m)}{n-m}$

Méthode : Déterminer l'expression d'une fonction affine

Vidéo https://youtu.be/ssA9Sa3yksM
Vidéo https://youtu.be/0jX7iPWCWI4

Déterminer par calcul une expression de la fonction f telle que :
$f(-2) = 4$ et $f(3) = 1$.

Correction
f est une fonction affine, donc elle s'écrit sous la forme : $f(x) = ax + b$.

- **Calcul de a :**

On a $f(-2) = 4$ et $f(3) = 1$, donc d'après la propriété des accroissements :

$$a = \frac{f(3)-f(-2)}{3-(-2)}$$
$$= \frac{1-4}{3-(-2)}$$
$$= -\frac{3}{5}$$

Donc : $f(x) = -\frac{3}{5}x + b$.

- **Calcul de b :**

On a par exemple : $f(3) = 1$, donc :

$$-\frac{3}{5} \times 3 + b = 1$$
$$-\frac{9}{5} + b = 1$$
$$b = 1 + \frac{9}{5}$$
$$b = \frac{5}{5} + \frac{9}{5}$$
$$b = \frac{14}{5}$$

- D'où : $f(x) = -\frac{3}{5}x + \frac{14}{5}$.