FONCTIONS TRIGONOMÉTRIQUES

 **Rappels du cours de 1ère en vidéo :** [**https://youtu.be/wJjb3CSS3cg**](https://youtu.be/wJjb3CSS3cg)

**Partie 1 : Cosinus, sinus et cercle trigonométrique**

Une image contenant diagramme

Description générée automatiquement

1. Définitions et propriétés

Exemple :

A l’aide du cercle trigonométrique, il est possible de lire le cosinus et le sinus d’un nombre.

Le cosinus se lit sur l’axe des abscisses et le sinus sur l’axe des ordonnées.

Définitions : Soit M le point du cercle trigonométrique associé au nombre (qui est un angle orienté).

- Le **cosinus** de est l’abscisse de M et on note.

- Le **sinus** de est l’ordonnée de M et on note .

Une image contenant graphique, diagramme

Description générée automatiquement

Propriétés :

1. et
2. Valeurs remarquables des fonctions cosinus et sinus :

 **Vidéo :** [**https://youtu.be/ECNX9hnhG9U**](https://youtu.be/ECNX9hnhG9U)

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *x* | 0 |  |  |  |  |  |
|  | 1 |  |  |  | 0 | -1 |
|  | 0 |  |  |  | 1 | 0 |

Une image contenant graphique, diagramme

Description générée automatiquement

Méthode : Résoudre une équation et une inéquation trigonométrique

 **Vidéo** [**https://youtu.be/p6U55YsS440**](https://youtu.be/p6U55YsS440)

 **Vidéo** [**https://youtu.be/PcgvyxU5FCc**](https://youtu.be/PcgvyxU5FCc)

 **Vidéo** [**https://youtu.be/raU77Qb\_-Iw**](https://youtu.be/raU77Qb_-Iw)

1) Résoudre dans l'équation : .

2) Résoudre dans , l’inéquation : .

**Correction**

**Une image contenant graphique

Description générée automatiquement**1)

En effet :

Soit :

Soit :

2)

- On commence par résoudre l’équation dans

Une image contenant diagramme

Description générée automatiquementSoit : ou .

- On veut des valeurs de sinus inférieures à .

Elles correspondent à la partie du cercle trigonométrique située en dessous des points associés à et .

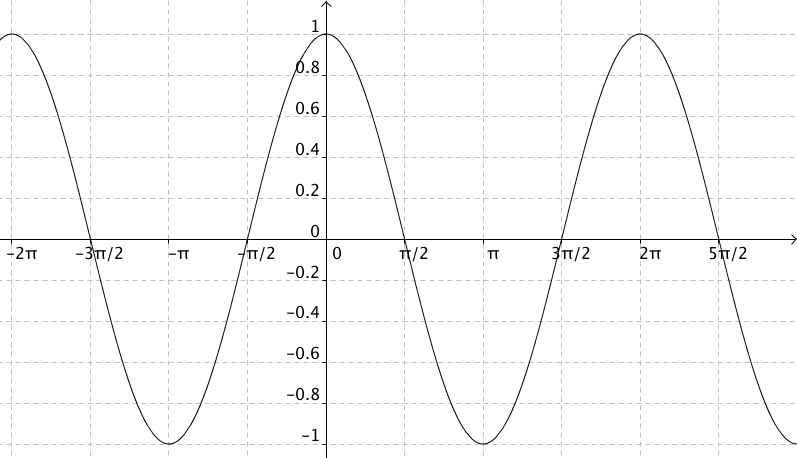
Ainsi :

**Partie 2 : Propriétés des fonctions cosinus et sinus**

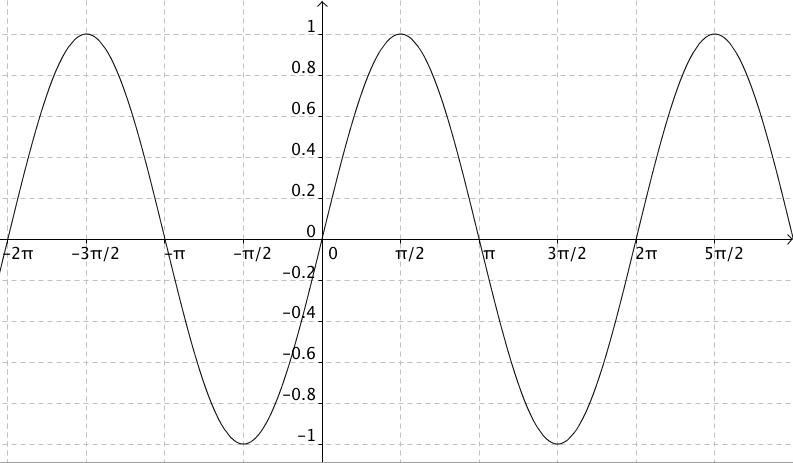
1. Définitions

Définitions :

* La **fonction cosinus** est la fonction définie sur qui, à tout réel , associe .
* La **fonction sinus**, est la fonction définie sur qui, à tout réel , associe .



*Fonction cosinus*



*Fonction sinus*

2) Périodicité

Propriétés : 1) où entier relatif.

2) où entier relatif.

Démonstration : Aux points de la droite orientée d'abscisses et , on fait correspondre le même point du cercle trigonométrique.

Remarque :

On dit que les fonctions cosinus et sinus sont **périodiques de période** .

Cela signifie qu’on retrouve le même morceau de courbe sur chaque intervalle de longueur 2.

Une image contenant graphique

Description générée automatiquement

3) Parité

Définitions : - Une fonction dont la courbe est symétrique par rapport à l’axe des ordonnées est une **fonction paire**.

- Une fonction dont la courbe est symétrique par rapport à l’origine du repère est une **fonction impaire**.

Remarques :

- Pour une fonction paire, on a : .

- Pour une fonction impaire, on a : .

Ce sont ces résultats qu’il faudra vérifier pour prouver qu’une fonction est paire ou impaire.

Propriétés :

- La fonction cosinus est paire et on a :

- La fonction sinus est impaire et on a :

Une image contenant diagramme

Description générée automatiquementDémonstration :

Les angles de mesures et sont symétriques par

rapport à l’axe des abscisses donc :

et .

Remarques :

- La courbe de la fonction cosinus est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.

- La courbe de la fonction sinus est symétrique par rapport à l'origine.

Méthode : Étudier la parité d'une fonction trigonométrique

 **Vidéo** [**https://youtu.be/hrbgxnCZW\_I**](https://youtu.be/hrbgxnCZW_I)

Démontrer que la fonction définie sur par est impaire.

**Correction**

On a :

.

La fonction est donc impaire.

Sa représentation graphique est symétrique par rapport à l'origine du repère.

Méthode : Compléter un graphique par parité et périodicité

 **Vidéo** [**https://youtu.be/KbCpqXSvR8M**](https://youtu.be/KbCpqXSvR8M)

Soit une fonction impaire et périodique de période . Compléter sa représentation graphique sur l'intervalle .

Une image contenant graphique

Description générée automatiquement

**Correction**

**1ère étape :** La fonction est impaire. Sa courbe représentative est symétrique par rapport à l’origine du repère.

On complète donc par symétrie centrale.

Une image contenant graphique

Description générée automatiquement

**2e étape :** La fonction est périodique de période On retrouve le même morceau de courbe sur chaque intervalle de longueur .

Le morceau déjà tracé a pour longueur , on le reproduit à gauche et à droite par translation.

Une image contenant graphique, diagramme

Description générée automatiquement

**Partie 3 : Variations des fonctions cosinus et sinus**

1) Dérivées

|  |  |
| --- | --- |
| Fonction | Dérivée |
|  |  |
|  |  |
| et réels |  |
| et réels |  |

2) Tableaux de variations

|  |  |
| --- | --- |
|  | 0 |
|  | 0 0 |
|  | 1  –1 |

|  |  |
| --- | --- |
|  | 0 |
|  | + 0 – |
|  | 1  0 0 |

3) Représentations graphiques

● On retrouve la représentation graphique de cosinus en complétant les données du tableau de variations :

* par symétrie avec l’axe des ordonnées (cosinus est paire),
* par translation (cosinus est périodique de période 2).

Une image contenant diagramme

Description générée automatiquement

● On retrouve la représentation graphique de sinus en complétant les données du tableau de variations :

* par symétrie avec l’origine du repère (sinus est impaire),
* par translation (sinus est périodique de période 2).

Une image contenant diagramme

Description générée automatiquement

Méthode : Étudier une fonction trigonométrique

 **Vidéo** [**https://youtu.be/uOXv5XnAiNk**](https://youtu.be/uOXv5XnAiNk)

 **Vidéo** [**https://youtu.be/s3S85RL06ks**](https://youtu.be/s3S85RL06ks)

 **Vidéo** [**https://youtu.be/X6vJog\_xQRY**](https://youtu.be/X6vJog_xQRY)

 **Vidéo** [**https://youtu.be/ol6UtCpFDQM**](https://youtu.be/ol6UtCpFDQM)

On considère la fonction définie sur par .

a) Étudier la parité de *.*

b) Démontrer que la fonction est périodique de période .

c) Étudier les variations de sur .

d) Représenter graphiquement la fonction sur et prolonger de part et d’autre la représentation par symétrie et par translation.

**Correction**

a)

La fonction est donc paire. Dans un repère orthogonal, sa représentation graphique est donc symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.

b)

On en déduit que la fonction est périodique de période .

Avec :

Donc :

Si , alors et donc .

Donc si , alors . Ainsi est décroissante sur .

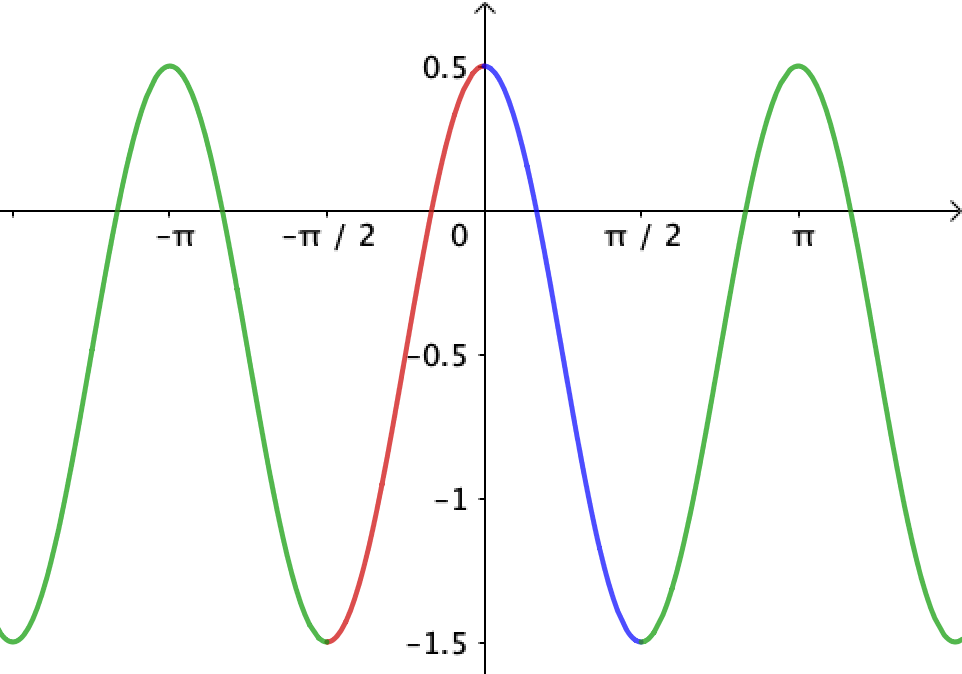
|  |  |
| --- | --- |
|  | 0 |
|  | 0 – 0 |
|  |  |

d) - On commence par tracer la courbe sur l’intervalle .

- La fonction est paire, donc sa courbe représentative est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.

On peut ainsi prolonger la courbe par symétrie axiale sur l’intervalle .

- La fonction est périodique de période , on peut ainsi prolonger la courbe en translatant horizontalement la portion de courbe déjà tracée. En effet, la portion déjà tracée se trouve sur l’intervalle de longueur .





Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

[*www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales*](http://www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales)