SUITES GÉOMÉTRIQUES

Rappel : Reconnaître une suite arithmétique et une suite géométrique

 **Vidéo** [**https://youtu.be/pHq6oClOylU**](https://youtu.be/pHq6oClOylU)

**Partie 1 : Relation de récurrence (rappel)**

Exemples :

a) Considérons la suite où l’on passe d’un terme au suivant en multipliant par 2.

Si le premier terme est égal à 5, les termes suivants sont :

,

,

,

.

Une telle suite est appelée une suite géométrique de raison 2 et de premier terme 5.

La suite est donc définie par :

b) Soit la suite géométrique de premier terme 4 et de raison 0,1.

Les premiers termes successifs sont :

 = 4

 = 0,1 4 = 0,4

 = 0,1 0,4 = 0,04

 = 0,1 0,04 = 0,004

La suite est donc définie par :

Définition : Une suite est une **suite géométrique** s'il existe un nombre , tel que :

.

Le nombre est appelé **raison** de la suite.

**Partie 2 : Forme explicite en fonction de n**

Méthode : Exprimer une suite géométrique en fonction de *n*

 **Vidéo** [**https://youtu.be/WTmdtbQpa0c**](https://youtu.be/WTmdtbQpa0c)

On place un capital de 500 € sur un compte dont les intérêts annuels s'élèvent à 4 % par an.

On note la valeur du capital après années.

a) Calculer et.

b) Quelle est la nature de la suite () ? On donnera son premier terme et sa raison.

c) Exprimer en fonction de .

d) Exprimer en fonction de .

**Correction**

a) Chaque année, le capital est multiplié par 1,04.

b) () est une suite géométrique de premier terme et de raison .

On parle ici de **croissance exponentielle**.

c)

d) Après 1 an, le capital est égal à :

 Après 2 ans, le capital est égal à :

 Après 3 ans, le capital est égal à :

De manière générale, après années, le capital est :

Propriété : Si est une suite géométrique de raison et de premier terme , on a :

Méthode : Déterminer une expression en fonction de d’une suite géométrique

 **Vidéo** [**https://youtu.be/WTmdtbQpa0c**](https://youtu.be/WTmdtbQpa0c)

a) Déterminer l’expression en fonction de de la suite géométrique définie par :

b) Déterminer l’expression en fonction de de la suite géométrique définie par :

**Correction**

a) On a : et

On passe d’un terme au suivant en multipliant par 4, donc la raison est égale à et le premier terme est égal à 3.

Ainsi :

b) On a : et

On passe d’un terme au suivant en multipliant par 2 donc la raison est égale à 2.

Ici, le terme n’est pas donné mais on peut le calculer.

Pour passer de à on divise par 2 (« marche arrière ») donc :

La raison est égale à et le premier terme est égal à 2,5.

Ainsi :

⚠️ À noter : Il peut être pratique d’appliquer directement la formule :

**Partie 3 : Sens de variation d’une suite géométrique (rappel)**

Propriété : est une suite géométrique de raison et de premier terme strictement positif.

- Si alors la suite est croissante.

- Si alors la suite est constante.

- Si alors la suite est décroissante.

Méthode : Déterminer le sens de variation d’une suite géométrique

Déterminer le sens de variation des suites géométriques et définies par :

a) b)

**Correction**

a) La suite géométrique définie par est croissante car  donc

b) La suite géométrique définie par et est décroissante car  donc .

**Partie 4 : Somme des termes d’une suite géométrique**

Propriété : Somme des termes consécutifs d’une suite géométrique :

Méthode : Calculer la somme des termes d’une suite géométrique

 **Vidéo** [**https://youtu.be/\_BjEOTi-2z8**](https://youtu.be/_BjEOTi-2z8)

 **Vidéo** [**https://youtu.be/44YbOfRQgjk**](https://youtu.be/44YbOfRQgjk)

1) On considère la suite géométrique () de raison = 2 et de premier terme = 5.

 a) Exprimer en fonction de .

 b) Calculer la somme :

2) Chaque début d’année, on place un capital de 500 € sur un même compte à un taux annuel de 3 %. Calculer la valeur totale disponible sur le compte après 7 ans.

**Correction**

1)

Ainsi :

On vérifie avec la calculatrice :

Sur TI : **som(suite(5\*2X-1,X,5,20))**



Sur Casio :

La calculatrice affiche 5 242 800. Donc :

2) On considère la suite exprimant la valeur acquise pour 500 € placés durant années.

 est une suite géométrique de raison 1,03 (correspondant à une augmentation de 3 % par an) et de premier terme .

On veut calculer la valeur totale acquise après 7 ans et 7 versements échelonnés chaque année :

Le 1er versement reste placé pendant 7 ans, il rapporte :

Le 2e versement reste placé pendant 6 ans, il rapporte :

Le 3e versement reste placé pendant 5 ans, il rapporte :

Le 4e versement reste placé pendant 4 ans, il rapporte :

Le 5e versement reste placé pendant 3 ans, il rapporte :

Le 6e versement reste placé pendant 2 ans, il rapporte :

Le 7e versement reste placé pendant 1 an, il rapporte :

La valeur totale acquise après 7 ans est la somme :

Soit :

La valeur acquise après 7 ans est environ égale à 3 946 €.

**Partie 5 : Moyenne géométrique de deux nombres**

- La moyenne géométrique de deux nombres  et  positifs est un nombre  tel que :

- On constate ainsi que pour une suite géométrique chaque terme est la moyenne géométrique du terme qui le précède et du terme qui le suit.

Pour une suite géométrique de terme , on a en effet :

- Comme , on a :

La **moyenne géométrique** de deux nombres et positifs est égale à .

Méthode : Calculer une moyenne géométrique de deux nombres

 **Vidéo** [**https://youtu.be/w\_Vj2URV1Qo**](https://youtu.be/w_Vj2URV1Qo)

a) Calculer la moyenne géométrique de 4 et 9.

b) On considère la suite géométrique de premier terme telle que la moyenne géométrique de et soit égale à 10.

Quelle est la raison de la suite  ?

**Correction**

a) La moyenne géométrique de 4 et 9 est égale à

b) Pour une suite géométrique, chaque terme est la moyenne géométrique du terme qui le précède et du terme qui le suit.

Donc en particulier ici, est la moyenne géométrique de et . Donc .

Or,

Soit :

Donc :

La suite  a pour raison 5.

**Partie 6 : Comparaison de suites**

Méthode : Comparer deux suites

Une banque propose deux options de placement :

- Placement A : On dépose un capital de départ. Chaque année, la banque nous reverse 6 % du capital de départ.

- Placement B : On dépose un capital de départ. Chaque année, la banque nous reverse 4 % du capital de l’année précédente.

On suppose que le placement initial est de 200 €. L’objectif est de savoir à partir de combien d’années un placement est plus intéressant que l’autre.

On note la valeur du capital après années pour le placement A et la valeur du capital après années pour le placement B.

1) a) Calculer , et.

 b) Calculer , et.

2) Quelle est la nature des suites () et () ? On donnera le premier terme et la raison.

3) Exprimer et en fonction de .

4) Déterminer le plus petit entier , tel que . Interpréter ce résultat.

**Correction**

1) a) Avec le placement A, on gagne chaque année 6 % de 200 € = 12 €.

b) Avec le placement B, chaque année le capital est multiplié par 1,04.

2) () est une suite arithmétique de premier terme et de raison .

() est une suite géométrique de premier terme et de raison .

3)

4) Saisir l’expression du terme général, comme pour

une fonction :

 

Paramétrer la Table avec un pas de 1 et afficher la table :

Le plus petit entier , tel que est 21.

Cela signifie qu’à partir de 21 années, le placement B

devient plus rentable que le placement A.

Décibels : Téléphones VS Avion

 **Vidéo** [**https://youtu.be/mvXGq5S0eAM**](https://youtu.be/mvXGq5S0eAM)



|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **RÉSUMÉ** | () une suite géométrique * de raison positive
* de premier terme positif.
 |  Exemple : et  |
| Définition |  | Le rapport entre un terme et son précédent est égal à 2. |
| Propriété |  |  |
| Somme des termes consécutifs |  |  |
| Sens devariation | Si  : () est croissante.Si : () est décroissante. | La suite () est croissante. |
| Représentation graphique | On parle de croissance exponentielle. |  |

Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

[*www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales*](http://www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales)