SUITES ARITHMÉTIQUES

Rappel : Reconnaître une suite arithmétique et une suite géométrique

 **Vidéo** [**https://youtu.be/pHq6oClOylU**](https://youtu.be/pHq6oClOylU)

**Partie 1 : Relation de récurrence (Rappel)**

Exemples :

a) Considérons la suite où l’on passe d’un terme au suivant en ajoutant 5.

Si le premier terme est égal à 3, les termes suivants sont :

,

,

,

.

Une telle suite est appelée une suite arithmétique de raison 5 et de premier terme 3.

La suite est donc définie par :

b) Soit la suite arithmétique de premier terme 5 et de raison .

Les premiers termes successifs sont :

 = 5,

 = 5 – 2 = 3,

 = 3 – 2 = 1,

 = 1 – 2 = –1.

La suite est donc définie par :

Définition : Une suite est une **suite arithmétique** s'il existe un nombre tel que :

.

Le nombre est appelé **raison** de la suite.

**Partie 2 : Forme explicite en fonction de n**

Méthode : Exprimer une suite arithmétique en fonction de

 **Vidéo** [**https://youtu.be/6O0KhPMHvBA**](https://youtu.be/6O0KhPMHvBA)

 **Vidéo** [**https://youtu.be/R3sHNwOb02M**](https://youtu.be/R3sHNwOb02M)

Pour préparer une course, un athlète décide de s’entraîner de façon progressive.

Il commence son entraînement au « jour 0 » par un petit footing d’une longueur de 3 000 m. Au « jour 1 », il court 3 150 m. Au « jour 2 », il court 3 300 m puis ainsi de suite en parcourant chaque jour 150 m de plus que la veille.

On note la distance parcourue au « jour » d’entraînement.

a) Calculer et.

b) Quelle est la nature de la suite () ? On donnera son premier terme et sa raison.

c) Exprimer en fonction de .

d) Exprimer en fonction de .

**Correction**

a) = 3 000

 = 3 150

 = 3 300

 = 3 450

 = 3 600

b) () est une suite arithmétique de premier terme = 3 000 et de raison = 150.

On parle ici de **croissance linéaire**.

c)

d) Après 1 jour, il parcourt :

 Après 2 jours, il parcourt :

 Après 3 jours, il parcourt :

De manière générale, après jours, il parcourt :

Propriété : est une suite arithmétique de raison et de premier terme .

On a :

Méthode : Déterminer une expression en fonction de d’une suite arithmétique

 **Vidéo** [**https://youtu.be/6O0KhPMHvBA**](https://youtu.be/6O0KhPMHvBA)

a) Déterminer l’expression, en fonction de de la suite arithmétique définie par :

b) Déterminer l’expression, en fonction de de la suite arithmétique définie par :

**Correction**

a) On a : et

On passe d’un terme au suivant en ajoutant , et donc la raison est égale à et le premier terme est égal à 7.

Ainsi :

b) On a : et

On passe d’un terme au suivant en ajoutant , donc la raison est égale à 3.

Ici, le terme n’est pas donné mais on peut le calculer.

Pour passer de à on retire 3 (« marche arrière ») donc .

Ainsi :

⚠️ À noter : Il peut être pratique d’appliquer directement la formule :

**Partie 3 : Sens de variation et représentation graphique (Rappel)**

 1) Sens de variation

Propriété : est une suite arithmétique de raison *r.*

- Si > 0 alors la suite est croissante.

- Si < 0 alors la suite est décroissante.

Méthode : Déterminer le sens de variation d’une suite arithmétique

 **Vidéo** [**https://youtu.be/R3sHNwOb02M**](https://youtu.be/R3sHNwOb02M)

Étudier les variations des suites arithmétiques et définies par :

b)

**Correction**

a) est croissante car de raison positive et égale à 5.

b) On passe d’un terme au suivant en ajoutant . est décroissante car de raison négative et égale à .

 2) Représentation graphique



Les points de la représentation graphique d'une suite arithmétique sont alignés.

Exemple :

On a représenté ci-dessous la suite arithmétique de raison –0,5 et de premier terme 4.

**Partie 4 : Somme des termes d’une suite arithmétique**

Propriété : Somme des termes consécutifs d’une suite arithmétique :

Méthode : Calculer la somme des termes d’une suite arithmétique

 **Vidéo** [**https://youtu.be/q9kcwb6f4Bw**](https://youtu.be/q9kcwb6f4Bw)

On reprend le contexte de la méthode de la partie 1.

a) Quelle distance aura-t-il parcourue **au total** lorsqu’il sera au « jour 15 » de son entraînement ?

b) Quelle distance aura-t-il parcourue **au total** entre le « jour 8 » et le « jour 12 » ?

**Correction**

a) La distance parcourue au total au « jour 15 » d’entraînement est :

Ainsi :

Pour vérifier, on peut utiliser la calculatrice :

Sur TI :

- Pour accéder au catalogue : « 2nde » puis « 0 ».

- Appuyer sur « ln » pour accéder aux fonctionnalités commençant par « S ».

- Choisir « som( » ou « somme( » ou « sum( » (suivant les modèles).

- Procéder de même pour afficher « suite( » ou « seq( » (suivant les modèles).

- Et compléter pour afficher : **som(suite(3000+150X,X,0,15))**

Sur Casio :

- Pour accéder au catalogue : « SHIFT» puis « 4 ».

- Appuyer sur « X » pour accéder aux fonctionnalités commençant par « S ».

- Choisir .

- Et compléter pour afficher :



La calculatrice affiche 66 000. Ce qui signifie que l’athlète a parcouru 66 000 m soit

66 km au « jour 15 » d’entraînement.

Pour noter une telle somme, on peut utiliser le symbole :

b) La distance parcourue au total entre le « jour 8 » et le « jour 12 » d’entraînement est :

Pour vérifier, on saisit sur la calculatrice :

Sur TI : **som(suite(3000+150X,X,8,12))**



Sur Casio :

La calculatrice affiche 22 500. Ce qui signifie que l’athlète a parcouru 22 500 m soit 22,5 km au total entre le « jour 8 » et le « jour 12 »d’entraînement.

**Partie 5 : Moyenne arithmétique de deux nombres**

Définition : En mathématiques, la **moyenne arithmétique** d'une liste de nombres est la somme des valeurs divisée par le nombre de valeurs.

Méthode : Calculer une moyenne arithmétique de deux nombres

 **Vidéo** [**https://youtu.be/a-RRUlS\_CR8**](https://youtu.be/a-RRUlS_CR8)

a) Calculer la moyenne arithmétique des nombres –3 et 19.

b) Peut-on affirmer que chaque terme d’une suite arithmétique est la moyenne arithmétique du terme qui le précède et du terme qui le suit ?

**Correction**

a) La moyenne arithmétique d’une liste de valeurs est donc la moyenne que l’on connait depuis le collège.

Soit ici :

b) Si on note le terme d’une suite arithmétique, on a : , où est la raison de la suite.

Et on a également : donc

La moyenne arithmétique du terme qui précède et du terme qui le suit est égale à :

Donc est la moyenne arithmétique du terme qui le précède et du terme qui le suit.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **RÉSUMÉ** | () une suite arithmétique * de raison
* de premier terme .
 | Exemple : et  |
| Définition |  | La différence entre un terme et son précédent est égale à –0,5. |
| Propriété |  |  |
| Variations | Si  : () est croissante.Si  : () est décroissante. |  La suite () est décroissante. |
| Somme des termes consécutifs |  |  |
| Représentation graphique | Remarques :Les points de la représentation graphique sont alignés.On parle de croissance linéaire. |  |

Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

[*www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales*](http://www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales)