LES SUITES – Chapitre 2/2

**Partie 1 : Comportement à l’infini des suites géométriques**

1. Rappel

Propriété : Soit une **suite géométrique** de raison et de premier terme .

Alors, pour tout entier on a :

 ● (forme de récurrence)

 ● (forme explicite).

Exemple : Soit une suite géométrique de raison –3 et de premier terme 5.

On a : et .

1. Limites d’une suite géométrique

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
|  | 0 | 1 |  |

Exemples :

Méthode : Utiliser la limite d'une suite géométrique

 **Vidéo** [**https://youtu.be/F-PGmIK5Ypg**](https://youtu.be/F-PGmIK5Ypg)

 **Vidéo** [**https://youtu.be/2BueBAoPvvc**](https://youtu.be/2BueBAoPvvc)

Déterminer les limites suivantes :

**Correction**

a) comme limite d’une suite géométrique de raison .

Donc :

 comme limite d’une suite géométrique de raison avec

 .

Donc

Et donc :

3) Somme des termes d’une suite géométrique

Propriété : est un entier naturel non nul et un réel différent de 1 alors on a :

Remarque : Il s'agit de la somme des premiers termes d'une suite géométrique de raison et de premier terme 1.

Méthode : Calculer la somme des termes successifs d’une suite géométrique

 **Vidéo** [**https://youtu.be/rIaYMXPbWE8**](https://youtu.be/rIaYMXPbWE8)

Calculer la somme *S* suivante :

**Correction**

4) Limite de la somme de termes consécutifs d’une suite géométrique

Méthode : Calculer la limite de la somme des premiers termes d'une suite géométrique

 **Vidéo** [**https://youtu.be/XTftGHfnYMw**](https://youtu.be/XTftGHfnYMw)

 **Vidéo** [**https://youtu.be/6QjMEzEn5X0**](https://youtu.be/6QjMEzEn5X0)

a) Calculer :

b) Soit (*un*) la suite géométrique de raison 0,2 et de premier terme .

On note . Calculer la limite de la suite (*Sn*).

**Correction**

a) On reconnaît la somme des premiers termes d'une suite géométrique de raison et de premier terme 1. Donc :

Or , comme limite d’une suite géométrique de raison avec

 .

Donc : .

Et donc : .

Soit : .

b)

Or, comme limite d’une suite géométrique de raison 0,2 avec

 .

Donc :

Et donc :

D'où .

Méthode : Modéliser un problème à l’aide d’une suite géométrique

 **Vidéo** [**https://youtu.be/XcszOqP9sbk**](https://youtu.be/XcszOqP9sbk)

Un entrepreneur investit un capital de départ de 20 000 € pour son entreprise. Afin de la dynamiser, il injecte chaque mois une somme supplémentaire à son capital, celle-ci diminue de 30 % chaque mois.

a) Calculer le total du capital investi à la fin de la première année.

b) Que peut-on penser de l’évolution de la somme total du capital investi dans un futur éloigné ?

**Correction**

a) On note le capital injecté au -ième mois alors .

 est donc une suite géométrique de raison et de premier terme .

Le total du capital investi à la fin de la première année est :

b) Il s’agit de calculer .

En reprenant le principe des calculs effectués dans la question 1, on obtient :

Or : comme limite d’une suite géométrique de raison 0,7 avec

 .

 Ainsi :

Dans un futur éloigné, la somme totale du capital investi tend à se rapprocher de 66 666,67 €.

**Partie 2 : Les suites arithmético-géométriques**

 1) Définition

Définition : Une suite () est dite **arithmético-géométrique** s'il existe deux nombres réels et tels que pour tout entier , on a : .

Méthode : Étudier un phénomène modélisable par une suite arithmético-géométrique

 **Vidéo** [**https://youtu.be/6-vFnQ6TghM**](https://youtu.be/6-vFnQ6TghM)

 **Vidéo** [**https://youtu.be/0CNt\_fUuwEY**](https://youtu.be/0CNt_fUuwEY)

 **Vidéo** [**https://youtu.be/EgYTH79sDfw**](https://youtu.be/EgYTH79sDfw)

Un investisseur dépose 5 000 € sur un compte rémunéré à 3 % par an. Chaque année suivante, il dépose 300 € de plus.

On note la somme épargnée à l'année .

On a alors : et .

a) Calculer et .

b) Démontrer que la suite définie pour tout entier par vérifie la relation de récurrence de .

c) Prouver que la suite définie pour tout entier par est géométrique et donner sa raison et son premier terme.

d) Exprimer en fonction de .

e) En déduire en fonction de . Puis calculer .

f) Étudier les variations de .

g) Calculer la limite de .

**Correction**

a)

b)

c) , soit :

, car

Donc est une suite géométrique de raison 1,03 et de premier terme

.

d) .

e)

On a alors :

f)

Donc la suite est strictement croissante.

g) comme limite d’une suite géométrique de raison .

Donc

Et donc : soit

2) Représentation graphique d’une suite arithmético-géométrique

Théorème :
Soit une fonction  définie et continue sur un intervalle et soit une suite () telle que pour tout *,* on a :  et .
Si converge vers de alors .

Méthode : Étudier une suite définie par une relation de récurrence

 **Vidéo** [**https://youtu.be/L7bBL4z-r90**](https://youtu.be/L7bBL4z-r90)

 **Vidéo** [**https://youtu.be/LDRx7aS9JsA**](https://youtu.be/LDRx7aS9JsA)(Cas d’une suite quelconque)

Soit la suite définie par et pour tout entier naturel , , où est la fonction définie par

1) a) Calculer

 b) Dans un repère orthonormé, tracer la courbe représentative de et la droite d’équation .
 c) Dans ce repère, placer sur l'axe des abscisses, puis en utilisant les droites précédemment tracées, construire sur le même axe , et . On laissera apparent les traits de construction.
 d) À l’aide du graphique, conjecturer la limite de la suite .

2) En supposant que la suite est convergente, démontrer le résultat conjecturé dans la question 1.c.

**Correction**

1) a)

b) c) - On place le premier terme sur l’axe des abscisses. On trace l’image de

 par pour obtenir sur l’axe des ordonnées .
- On reporte sur l’axe des abscisses à l’aide de la droite d’équation .

- On fait de même pour obtenir puis …



d) En continuant le tracé, celui-ci se rapprocherait de plus en plus de l’intersection des deux droites. On conjecture que la limite de la suite est 12.

2) La suite converge et la fonction est continue sur . La limite de la suite est donc solution de l’équation

Soit :

**Afficher la représentation graphique sur la calculatrice :**

 **Vidéo TI** [**https://youtu.be/bRlvVs9KZuk**](https://youtu.be/bRlvVs9KZuk)

 **Vidéo Casio** [**https://youtu.be/9iDvDn3iWqQ**](https://youtu.be/9iDvDn3iWqQ)

 **Vidéo HP** [**https://youtu.be/wML003kdLRo**](https://youtu.be/wML003kdLRo)

Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

[*www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales*](http://www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales)