LES SUITES – Chapitre 1/2

**Partie 1 : Limite d'une suite**

 1) Limite infinie

Définition : On dit que la suite admet pour **limite ,**

si est aussi grand que l’on veut à partir d'un certain rang et on note :

.



Exemple :

La suite définie pour tout par a pour limite .

On a par exemple :

Les termes de la suite deviennent aussi grands que l'on veut à partir d'un certain rang.

Remarque : Pour une limite égale à , on note : .

|  |
| --- |
| **Langage naturel** |
| Définir fonction seuil(A)n ← 0u ← 2Tant que u < A  n ← n + 1 u ← 4uFin Tant que Afficher n |

Algorithme permettant de déterminer un rang à partir duquel une suite croissante de limite infinie est supérieure à un nombre réel A :

On considère la suite définie par et pour tout entier *,* .

Cette suite est croissante et admet pour limite .

En appliquant l’algorithme ci-contre avec A = 100, on obtient en sortie .

A partir du terme , les termes de la suite dépassent 100.

Le programme correspondant dans différents langages :

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **TI** | **CASIO** | **Python** |
| Capture d’écran 2012-05-10 à 15Capture d’écran 2012-05-10 à 15 | Capture d’écran 2012-05-10 à 15Capture d’écran 2012-05-10 à 15 |  |

 2) Limite finie

Définition : On dit que la suite admet pour **limite** ,

si est aussi proche de que l’on veut à partir d'un certain rang et on note :

.

Une telle suite est dite **convergente**.



Exemple : La suite définie pour tout non nul par a pour limite 1.

On a par exemple :

Les termes de la suite se resserrent autour de 1 à partir d'un certain rang.

Définition : Une suite qui n'est pas convergente est dite **divergente**.

Remarque : Une suite qui est divergente n'admet pas nécessairement de limite infinie.

Par exemple, la suite de terme générale prend alternativement les valeurs –1 et 1. Elle n'admet donc pas de limite finie, ni infinie. Elle est donc divergente.

 3) Limites des suites usuelles

Propriétés :

-, , .

- , , .

**Partie 2 : Opérations sur les limites**

1) Utiliser les propriétés des opérations sur les limites

**SOMME**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  | F.I.\* |

\* Forme indéterminée : On ne peut pas prévoir la limite éventuelle.

 **PRODUIT**  désigne ou

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  | F.I. |

On applique la règle des signes pour déterminer si le produit est ou .

**QUOTIENT** désigne ou

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |   |  |  |  |  |
|  |   |   |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  | F.I. | F.I. |

On applique la règle des signes pour déterminer si le produit est ou .

Tous ces résultats sont intuitifs. On retrouve par exemple, un principe sur les opérations de limite semblable à la règle des signes établie sur les nombres relatifs.

Méthode : Calculer la limite d'une suite à l'aide des formules d'opération

 **Vidéo** [**https://youtu.be/v7hD6s3thp8**](https://youtu.be/v7hD6s3thp8)

Calculer les limites : a) b) c)

**Correction**

a)

D'après la propriété donnant la limite d'une somme :

b)

D'après la propriété donnant la limite d’un produit :

c)

D'après la propriété donnant la limite d'un quotient :

2) Cas des formes indéterminées (non exigible)

On peut reconnaître les formes indéterminées pour lesquelles il faudra utiliser des calculs algébriques ou utiliser d'autres propriétés sur les calculs de limites afin de lever l'indétermination.

Les quatre **formes indéterminées** sont, par abus d'écriture :

, "", et .

Méthode : Lever une indétermination - NON EXIGIBLE -

 **Vidéo** [**https://youtu.be/RQhdU7-KLMA**](https://youtu.be/RQhdU7-KLMA)

Déterminer les limites suivantes : a) b)

**Correction**

a)

•

Il s'agit d'une forme indéterminée du type .

• Levons l’indétermination :

•

Donc, comme limite d'un produit :

Soit :

b)

•

Il s'agit d'une forme indéterminée du type .

• Levons l’indétermination en factorisant par le monôme de plus haut degré :

•

Donc, comme limite d’une somme :

•

Donc, comme limite d’un produit :

Soit : .

**Partie 3 : Limites et comparaison**

1. Théorèmes de comparaison

Théorème 1 :

Soit deux suites et .

Si, à partir d'un certain rang, on a alors .

Par abus de langage, on pourrait dire que la suite pousse la suite vers à partir d'un certain rang.



Théorème 2 :

Soit deux suites et .

Si, à partir d'un certain rang, on a : alors .

Méthode : Déterminer une limite par comparaison

 **Vidéo** [**https://youtu.be/iQhh46LupN4**](https://youtu.be/iQhh46LupN4)

Déterminer la limite suivante :

**Correction**

On a :

 donc :

Or, donc par comparaison, .

1. Théorème d'encadrement

Théorème des gendarmes :

Soit trois suites , et .

Si, à partir d'un certain rang, on a :alors .

Par abus de langage, on pourrait dire que les suites et (les gendarmes) se resserrent autour de la suite à partir d'un certain rang pour la faire converger vers la même limite.

Ce théorème est également appelé le **théorème du sandwich**.



Méthode : Déterminer une limite par encadrement

 **Vidéo** [**https://youtu.be/OdzYjz\_vQbw**](https://youtu.be/OdzYjz_vQbw)

Déterminer la limite suivante :

**Correction**

On a : donc :

Or : donc d'après le théorème des gendarmes :

Et donc .

Remarque : On utilise le théorème de comparaison pour démontrer une limite infinie et le théorème d’encadrement pour une limite finie.

Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

[*www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales*](http://www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales)