ÉQUATIONS POLYNOMIALES

**Partie 1 : Équations du second degré dans**

Définition : Soit , et *c* des réels avec et un nombre complexe.

On appelle **discriminant** du trinôme , le nombre réel, noté , égal à

.

Propriété :

- Si > 0 : L'équation a deux solutions réelles distinctes :

et .

- Si = 0 : L'équation a une unique solution réelle : .

- Si < 0 : L'équation a deux solutions complexes conjuguées :

et .

Démonstration :

On met le trinôme sous sa forme canonique (Voir cours de la classe de 1ère) :

En posant :

- Si > 0 :

L'équation a deux solutions réelles : et .

- Si = 0 : L'équation peut s'écrire :

L'équation n'a qu'une seule solution réelle : .

- Si < 0 : L'équation peut s'écrire :

Donc :

L'équation a deux solutions complexes : et .

Méthode : Résoudre une équation du second degré dans

 **Vidéo** [**https://youtu.be/KCnorHy5FE4**](https://youtu.be/KCnorHy5FE4)

Résoudre dans les équations suivantes : a) b)

**Correction**

a)

Donc : ou

Les solutions sont donc et .

b) 

On calcule de discriminant du trinôme :

donc l'équation admet deux solutions complexes conjuguées :

et

Propriété : La somme S et le produit P des racines d’un polynôme du second degré de la forme sont donnés par : et .

Exemple :

On a vu dans la méthode précédente que l’équation possède deux racines : et .

Ainsi : et

En appliquant, les formules de la propriété, on retrouve ces résultats :

**Partie 2 : Équations de degré n dans**

1) Définition

Définition : Une **fonction polynôme** (ou **polynôme**) est une fonction de dans de la forme , où , , , …, ( sont les **coefficients** réels de .

L’entier est appelé le **degré** du polynôme .

Propriété : Si une fonction polynôme est nulle, alors tous ses coefficients sont nuls.

2) Racine d’un polynôme

Définition : Soit un polynôme . Un nombre complexe s’appelle **racine** de si

Exemple :

Les nombres complexes et sont les racines du polynôme .

Théorème : Soit un polynôme définie par où est un entier supérieur ou égal à 2.

Alors il existe un polynôme de degré , tel que

Démonstration au programme :

- Si  : C’est évident.

- Si  :

On a :

En soustrayant membre à membre, on a :

- Si  quelconque :

On remplace par dans l’égalité ci-dessus :

Soit en multipliant chaque membre par  :

Il existe donc un polynôme de degré , tel que .

Corollaire : Soit un polynôme de degré . Si est une racine complexe de , alors il existe un polynôme de degré tel que .

Démonstration au programme :

Comme est une racine complexe de , on a :

Donc :

Or, pour tout compris entre 1 et , il existe un polynôme de degré , tel que : .

Donc :

Il existe donc un polynôme de degré , tel que : .

Corollaire : Un polynôme de degré admet au plus racines.

Démonstration au programme :

Supposons que les nombres complexes …, sont des racines deux à deux distincts du polynôme .

Alors il existe un polynôme tel que : .

Or, et .

Donc

Ainsi, il existe un polynôme tel que : .

Et donc :

En continuant ainsi avec des polynômes … , on obtient :

On en déduit que le polynôme est de degré .

Méthode : Factoriser un polynôme dont une racine est connue

 **Vidéo** [**https://youtu.be/1Y-JtI6nNXU**](https://youtu.be/1Y-JtI6nNXU)

Factoriser dans le polynôme : .

**Correction**

est un polynôme de degré 3, il admet au plus 3 racines.

On cherche une racine évidente de en testant des valeurs entières « autour de 0 ». On peut tester également ou .

Il sera ensuite aisé de déterminer la ou les autres racines qui sont au plus au nombre de 2.

On constate que est une racine évidente de  :

Donc, il existe un polynôme de degré 2, tel que : .

On a donc :

Ainsi, en procédant par identification, on a :

soit

On en déduit que : .

Or, il est possible de factoriser  :

En effet :

On a ainsi : .

Méthode : Résoudre une équation de degré 3 à coefficients réels dont une racine est connue.

 **Vidéo** [**https://youtu.be/KqghKmQ9gOk**](https://youtu.be/KqghKmQ9gOk)

Résoudre dans l’équation .

**Correction**

On pose

On voit que est une racine évidente de . Donc il existe un polynôme , de degré 2, tel que : .

On a donc :

Ainsi, en procédant par identification, on a :

soit

Donc :

L’équation peut s’écrire .

Soit : ou

ou



Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

[*www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales*](http://www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales)