FONCTION INVERSE

**Partie 1 : Définition et allure de la courbe**

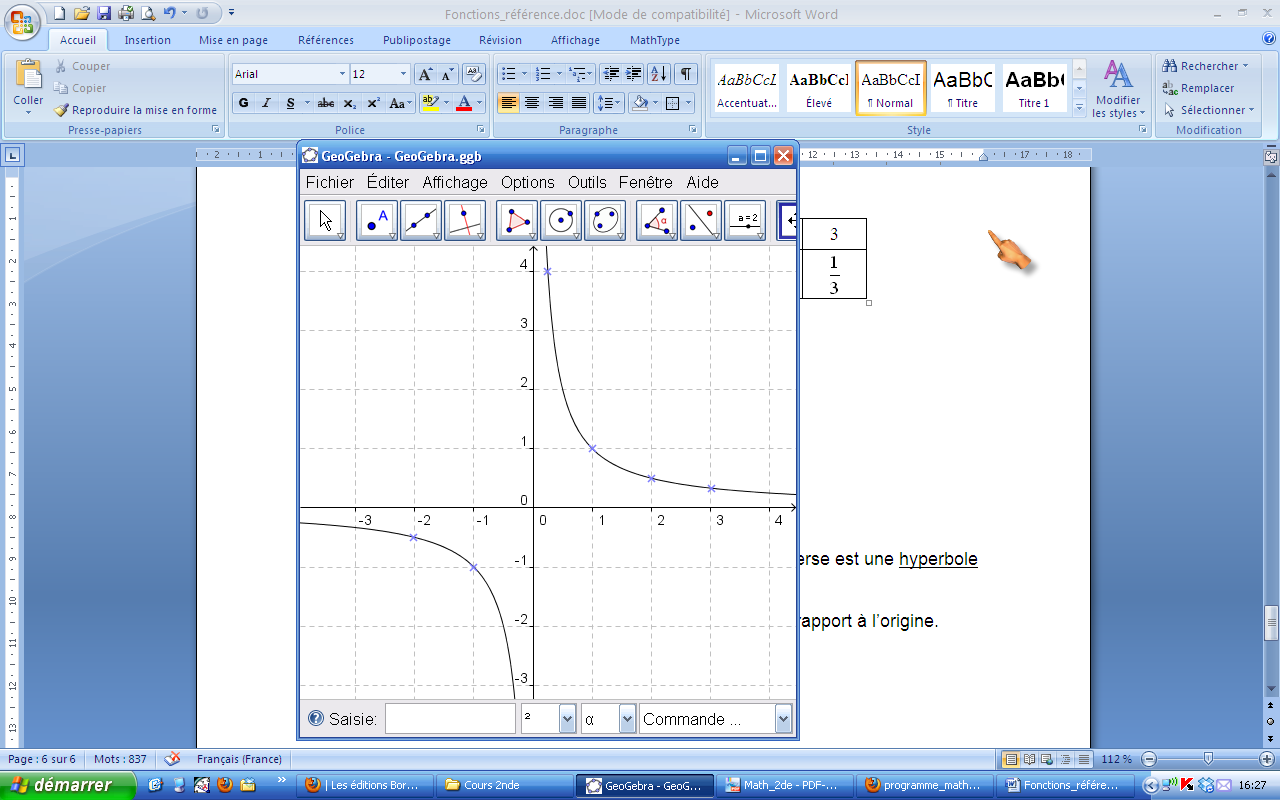
 **Vidéo** [**https://youtu.be/Vl2rlbFF22Y**](https://youtu.be/Vl2rlbFF22Y)

### 1) Définition

Définition : La **fonction inverse** est définie sur par .

### 2) Représentation graphique

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | –2 | –1 | 0,25 | 1 | 2 | 3 |
|  | –0,5 | –1 | 4 | 1 | 0,5 |  |



Remarque : La courbe d’équation de la fonction inverse, appelée **hyperbole** de centre O, est symétrique par rapport à l’origine.

**Partie 2 : Dérivée et sens de variation**

### 1) Dérivée

Propriété : La dérivée de la fonction inverseest définie sur par .

Démonstration (pour les experts) :

 **Vidéo** [**https://youtu.be/rQ1XfMN5pdk**](https://youtu.be/rQ1XfMN5pdk)

= = = =

Or : = =

Pour tout nombre non nul, on associe le nombre dérivé de la fonction égal à .

Ainsi, pour tout de , on a : .

Exemples :

### 2) Variations

Propriété : La fonction inverse est décroissante sur et sur .

Démonstration :

### Pour tout de , < 0.

Donc est décroissante sur et sur .

Méthode : Étudier les variations d’une fonction inverse

 **Vidéo** [**https://youtu.be/P3Ui9-Pk8p8**](https://youtu.be/P3Ui9-Pk8p8)

Soit la fonction définie sur par

1) Calculer la fonction dérivée de .

2) En déduire les variations de .

Correction :

1)

2) , car

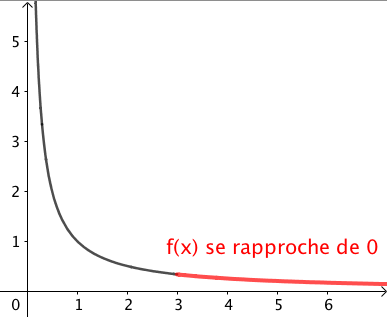
La fonction est donc croissante sur .

**Partie 3 : Comportement de la fonction inverse aux bornes de son ensemble de définition**

1) En

On s'intéresse aux valeurs de lorsque devient de plus en plus grand.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 5 | 10 | 100 | 10 000 | … |
|  | 0,2 | 0,1 | 0,01 | 0,000 1 | ? |

On constate que se rapproche de 0 lorsque devient de plus en plus grand.

On dit que la limite de *f* lorsque tend vers est égale à 0 et on note :

.

Graphiquement, pour des valeurs de plus en plus grandes, la courbe de se rapproche de plus en plus de l’axe des abscisses.

2) En

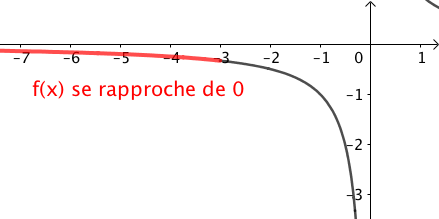
On s'intéresse aux valeurs de lorsque devient de plus en plus « grand dans les négatifs »

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | … | -10 000 | -100 | -10 | -5 |
|  | ? | -0,000 1 | -0,01 | -0,1 | -0,2 |

On constate que se rapproche de 0 lorsque devient de plus en plus « grand dans les négatifs ».

On dit que la limite de lorsque tend vers est égale à 0 et on note :

.



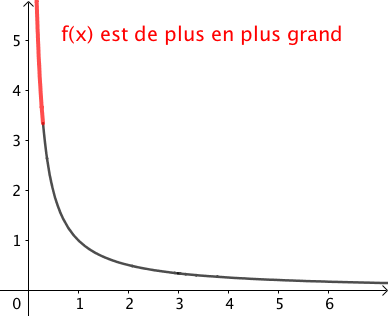
Graphiquement, pour des valeurs de plus en plus « grandes dans les négatifs », la courbe de se rapproche de plus en plus de l’axe des abscisses.

On dit que l’axe des abscisses est une **asymptote horizontale** à la courbe de la fonction inverse en et en .

3) Au voisinage de 0

L'image de 0 par la fonction n'existe pas. On s'intéresse cependant aux valeurs de lorsque se rapproche de 0.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | -0,5 | -0,1 | -0,01 | -0,001 | … | 0,001 | 0,01 | 0,1 | 0,5 |
|  | -2 | -10 | -100 | -1 000 | ? | 1 000 | 100 | 10 | 2 |



A l'aide de la calculatrice, on constate que :

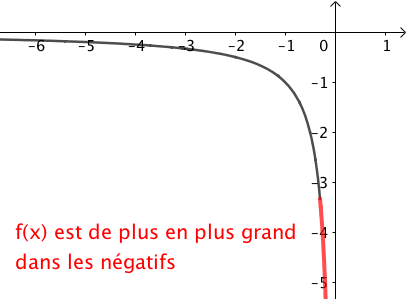
- Pour  : devient de plus en plus grand lorsque se rapproche de 0.

On dit que la limite de lorsque tend vers 0 pour

 est égale à et on note :

.

Graphiquement, pour des valeurs positives, de plus en plus en proches de 0, la courbe de se rapproche de plus en plus de l’axe des ordonnées.



- Pour  : devient de plus en plus « grand dans les négatifs » lorsque se rapproche de 0.

On dit que la limite de lorsque tend vers 0 pour  est égale à et on note :

.

Graphiquement, pour des valeurs négatives, de plus en plus en proches de 0, la courbe de se rapproche de plus en plus de l’axe des ordonnées.

On dit que l’axe des ordonnées est une **asymptote verticale** à la courbe de la fonction inverse.

**Partie 4 : Somme d’une fonction polynôme et d’une fonction inverse**

Méthode : Étudier une fonction obtenue comme somme de la fonction inverse et d’une fonction polynôme

 **Vidéo** [**https://youtu.be/P3Ui9-Pk8p8**](https://youtu.be/P3Ui9-Pk8p8)

Soit la fonction définie sur par

1) Calculer la fonction dérivée de .

2) Dresser le tableau de variations de .

3) Représenter la fonction dans un repère.

**Correction**

1) On a :

Donc :

2) car

Donc

On dresse alors le tableau de variations :

Une image contenant ligne, diagramme, Tracé, capture d’écran

Description générée automatiquement

En effet :

- En testant, pour des valeurs positives de plus en plus en proches de 0, devient de plus en plus grand.

-

3) L’axe des ordonnées est une asymptote verticale à la courbe de la fonction .

Une image contenant ligne, diagramme, Tracé, pente

Description générée automatiquement



Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

[*www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales*](http://www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales)