CALCUL INTÉGRAL – Chapitre 2/2

 **Tout le cours en vidéo :** [**https://youtu.be/pFKzXZrMVxs**](https://youtu.be/pFKzXZrMVxs)

**Partie 1 : Intégration par parties**

Théorème : Soit et deux fonctions dérivables sur . Alors, on a :

Démonstration au programme :

 **Vidéo** [**https://youtu.be/v3TdIdu0sgk**](https://youtu.be/v3TdIdu0sgk)

est dérivable sur et on a :

Les fonctions , et sont continues sur , donc :

D’où :

Méthode : Calculer une intégrale en intégrant par parties

 **Vidéo** [**https://youtu.be/uNIpYeaNfsg**](https://youtu.be/uNIpYeaNfsg)

 **Vidéo** [**https://youtu.be/vNQeSEb2mj8**](https://youtu.be/vNQeSEb2mj8)

 **Vidéo** [**https://youtu.be/xbb3vnzF3EA**](https://youtu.be/xbb3vnzF3EA)

Calculer les intégrales suivantes :

**Correction**

➽ *Ce choix n’est pas anodin ! L’idée est ici de ne plus laisser le*

*facteur dans l’expression qu’il restera à intégrer*. Il faudrait

donc dériver

On pose :

Ainsi, en intégrant par parties, on a :

On pose :

Ainsi, en intégrant par parties, on a :

Or, dans le terme de droite, on reconnait l’intégrale de la question précédente qui a été calculée par parties. Il s’agit ici d’une **double intégration par parties**.

On a donc :

On pose :

Ainsi, en intégrant par parties, on a :

**Partie 2 : Applications du calcul intégral**

1) Aire délimitée par deux courbes

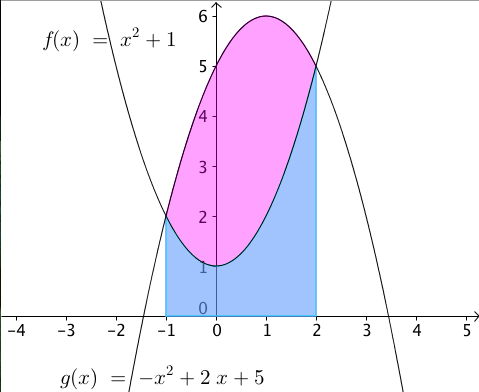
Méthode : Calculer l'aire délimitée par les courbes de deux fonctions continues et positives

 **Vidéo** [**https://youtu.be/oRSAYNwUiHQ**](https://youtu.be/oRSAYNwUiHQ)

On considère les fonctions et définies par et .

On admet que pour tout de , on a

Déterminer l'aire délimitée par les courbes représentatives de et de sur l'intervalle .

**Correction**

On calcule la différence de l'aire sous la courbe représentative de et de l'aire sous la courbe représentative de .

Cela revient à calculer la différence des intégrales :

Donc :

Remarque : Une autre méthode, un peu plus rapide, consisterait à utiliser la linéarité de l’intégrale.

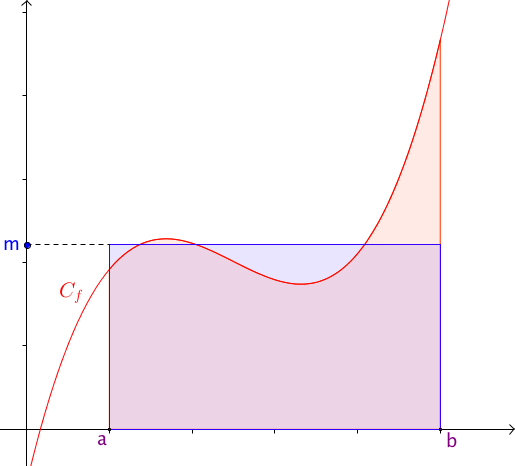
2) Valeur moyenne d'une fonction

Définition : Soit une fonction continue sur un intervalle avec .

On appelle **valeur moyenne** de sur le nombre réel :

Interprétation géométrique :

L'aire sous la courbe représentative de (en rouge ci-dessous) est égale à l'aire sous la droite d'équation (en bleu), entre a et b.



Exemple :

Calculons la valeur moyenne de la fonction définie par sur l'intervalle [1 ; 10].

Méthode : Calculer la valeur moyenne d'une fonction

 **Vidéo** [**https://youtu.be/oVFHojz5y50**](https://youtu.be/oVFHojz5y50)

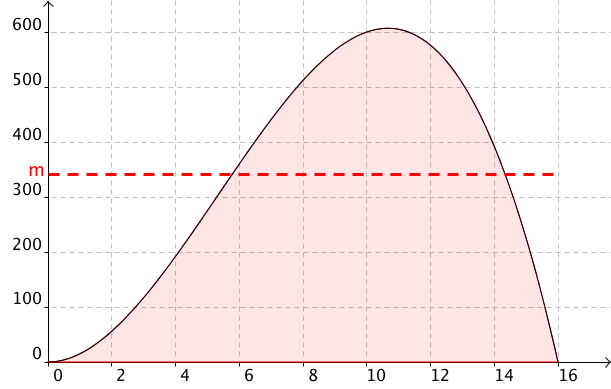
On modélise, à l'aide d'une fonction, le nombre de malades lors d'une épidémie.

Au -ième jour après le signalement des premiers cas, le nombre de malades est égal à .

Déterminer le nombre moyen de malades chaque jour sur une période de 16 jours.

**Correction**

Le nombre moyen de malades chaque jour est environ égal à 341.



3) Intégrales et suites

Méthode : Étudier une suite d’intégrales

 **Vidéo** [**https://youtu.be/8I0jA4lClKM**](https://youtu.be/8I0jA4lClKM)

On considère la suite d’intégrales définie pour tout entier , par :

a) Calculer .

b) A l’aide d’une intégration par parties, démontrer que :

c) A l’aide d’un programme écrit en Python, conjecturer la limite de la suite

**Correction**

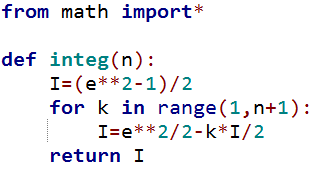
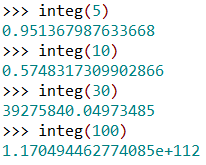
a) Pour , on a :

b) L’objectif est d’exprimer en fonction de

On pose :

Ainsi, en intégrant par parties, on a :

Donc :

c)

On conjecture que :

**Remarque :** En fait cette conjecture n’est pas exacte !

Pour en savoir plus, regarder ceci : [**https://youtu.be/8I0jA4lClKM?t=831**](https://youtu.be/8I0jA4lClKM?t=831)

Cela devrait démarrer à **13:56**.



Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

[*www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales*](http://www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales)