COMBINATOIRE ET DÉNOMBREMENT

Tout le cours en vidéo : https://youtu.be/VVY4K-OT4FI

Partie 1 : Principe additif et principe multiplicatif

1) Notion de dénombrement

Définitions :
● Un ensemble E est **fini** lorsqu'il admet un nombre fini d'éléments.
● Le nombre d'éléments de E est appelé le **cardinal** de l'ensemble et il est noté : $Card(E)$ ou $|E|$.
● **Dénombrer**, c'est compter le nombre d'éléments que contient un ensemble fini, c'est à dire en déterminer le cardinal.

Exemples :
● L'ensemble E des joueurs d'une équipe de foot est un ensemble fini. Alors $Card(E) = 11$.
● L'ensemble $\mathbb{N}$ des entiers naturels n'est pas un ensemble fini.

Définition : On dit que deux ensembles sont **disjoints**, s'ils n'ont aucun élément en commun.

2) Principe additif

Propriété (principe additif) : Soit $E_1, E_2, \ldots, E_p$, p ensembles finis deux à deux disjoints.
Alors $Card(E_1 \cup E_2 \cup \ldots \cup E_p) = Card(E_1) + Card(E_2) + \cdots + Card(E_p)$

Exemple :
Soit $E_1 = \{a\,; b\,; c\,; d\}$ et $E_2 = \{\alpha\,; \beta\,; \gamma\}$
Alors E_1 et E_2 sont disjoints et on a :
$Card(E_1 \cup E_2) = Card(E_1) + Card(E_2) = 4 + 3 = 7$

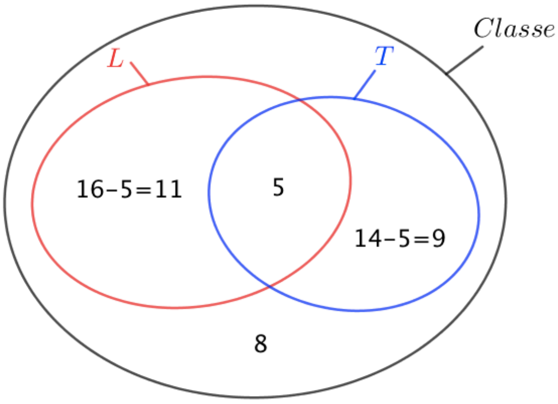
Méthode : Dénombrer en utilisant un diagramme

Vidéo https://youtu.be/xwRvGbbu7PY

Dans une classe, deux options sont proposées : latin et théâtre.
On sait que, 16 élèves pratiquent le latin, 14 le théâtre, 5 pratiquent les deux options et 8 n'en pratiquent aucune.
Calculer le nombre d'élèves de cette classe.

Correction
Soit L l'ensemble des élèves pratiquant le latin et T l'ensemble des élèves pratiquant le théâtre.
On a alors : $Card(L) = 16$
$Card(T) = 14$
$Card(L \cap T) = 5$
$Card(\bar{L} \cap \bar{T}) = 8$

On ne peut pas utiliser le principe additif car les ensembles L et T ne sont pas disjoints.
On schématise alors la situation à l'aide d'un diagramme :



On en déduit le nombre d'élèves de la classe en utilisant le principe additif sur des ensembles disjoints, soit : $11 + 5 + 9 + 8 = 33$.

2) Principe multiplicatif

Exemple :
On considère les 3 ensembles suivants :
$E_1 = \{renard\ roux, renard\ noir, renard\ blanc\}$
$E_2 = \{femme\ rousse, femme\ brune, femme\ blonde\}$
$E_3 = \{robe\ rouge, robe\ noire, robe\ blanche\}$

Les femmes choisissent une robe et un renard de façon aléatoire.
On appelle produit cartésien $E_1 \times E_2 \times E_3$, l'ensemble de tous les triplets formés d'un élément de E_1, d'un élément de E_2 et d'un élément de E_3.

La photo présente 3 triplets, de gauche à droite :
$(renard\ blanc, femme\ brune, robe\ rouge)$
$(renard\ roux, femme\ blonde, robe\ noire)$
$(renard\ noir, femme\ rousse, robe\ blanche)$

Intuitivement, on peut penser qu'il existe $3 \times 3 \times 3 = 27$ triplets différents.

Définitions : Soit p ensembles finis $E_1, E_2, \dots, E_p$.
- Le produit cartésien $E_1 \times E_2$ est l'ensemble des **couples** (a_1, a_2) où $a_1 \in E_1$ et $a_2 \in E_2$.
- Le produit cartésien $E_1 \times E_2 \times E_3$ est l'ensemble des **triplets** (a_1, a_2, a_3) où $a_1 \in E_1$, $a_2 \in E_2$ et $a_3 \in E_3$.
- Le produit cartésien $E_1 \times E_2 \times \dots \times E_p$ est l'ensemble des ***p*-uplets** $(a_1, a_2, \dots, a_p)$ où $a_1 \in E_1$, $a_2 \in E_2$ … $a_p \in E_p$.

Propriété (principe multiplicatif) : Soit p ensembles finis $E_1, E_2, \dots, E_p$. Alors on a :

$$Card(E_1 \times E_2 \times \dots \times E_p) = Card(E_1) \times Card(E_2) \times \dots \times Card(E_p)$$

Méthode : Appliquer le principe multiplicatif pour dénombrer

Vidéo **https://youtu.be/wzo1XXXaaqY**

Un restaurant propose sur sa carte 3 entrées, 4 plats de résistance et 2 desserts.
a) Combien de menus différents composés d'une entrée, d'un plat et d'un dessert peut-on constituer ?
b) Même question si le dessert est une tarte aux pommes imposée.

Correction

a) Soit E l'ensemble des entrées, P celui des plats et D celui des desserts.
On considère alors les triplets de la forme (entrée, plat, dessert) éléments de $E \times P \times D$.
D'après le principe multiplicatif, on a :
$Card(E \times P \times D) = Card(E) \times Card(P) \times Card(D) = 3 \times 4 \times 2 = 24$.
Il existe 24 menus différents.

b) $Card(E \times P) = Card(E) \times Card(P) = 3 \times 4 = 12$

Il existe 12 menus différents dont le dessert est une tarte aux pommes.

Partie 2 : k-uplets et permutations

a) Dénombrement des k-uplets

⚠ **Ici, l'ordre des éléments compte et les éléments peuvent se répéter.** ⚠

Exemple :
Si on effectue un produit cartésien d'un ensemble sur lui-même, on note $E \times E = E^2$.

On lance par exemple deux dés à six faces. On note $E = \{1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6\}$ l'ensemble des résultats possibles pour un dé.
Alors E^2 est l'ensemble des couples possibles correspondants aux résultats du lancer de deux dés. On a par exemple :

$$(1,2) \in E^2$$
$$(6,3) \in E^2$$
$$(5,5) \in E^2$$

D'après le principe multiplicatif, il existe $6 \times 6 = 6^2$ couples possibles.
En effet, on a par exemple : $(1,2) \neq (2,1)$

Propriété : Soit un ensemble fini E à n éléments.
Alors le nombre de k-uplets d'éléments de E est égal à :

$$Card(E^k) = n^k$$

Méthode : Dénombrer des k-uplets

Vidéo https://youtu.be/rlEbdewplHI

« Il y avait pour entrer juste un digicode
Deux lettres et dix chiffres incommodes
Un détail que t'avais surement oublié
4 milliards de possibilités »

Pour écouter la chanson : https://www.maths-et-tiques.fr/telech/Digicode.mp3

Le refrain de la chanson « Digicode » de l'artiste *Oldelaf* comporte une erreur à corriger en considérant que le code est constitué de 2 lettres (parmi A, B, C, … Z) suivies de 10 chiffres (parmi 0, 1, 2, … 9).
Par exemple, RT 49903 42472 pourrait être un code à composer sur le digicode.

Correction

Soit A l'ensemble des lettres de l'alphabet et N l'ensemble des chiffres.
On a alors : $Card(A) = 26$ et $Card(N) = 10$.

Pour le choix des 2 lettres, on compte le nombre de couples d'éléments de A :
$Card(A^2) = 26^2 = 676$ possibilités.
Pour le choix des 10 chiffres, on compte le nombre de 10-uplets d'éléments de N :
$Card(N^{10}) = 10^{10}$ possibilités.

Nombre de possibilités du digicode :
$Card(A^2 \times N^{10}) = Card(A^2) \times Card(N^{10}) = 676 \times 10^{10} = 6\,760\,000\,000\,000$
Soit environ 7 000 milliards de possibilités et non pas 4 milliards comme dans la chanson.

A noter :
En pratique, un digicode contient généralement deux lettres possibles (A et B) et le code est souvent composé d'une lettre suivie de 4 chiffres. Par exemple : B5633
Dans ce cas :
$Card(A \times N^4) = Card(A) \times Card(N^4) = 2 \times 10^4 = 20\,000$.
Pour retrouver les 4 milliards de la chanson, il faudrait utiliser un tel digicode avec un code composé de deux lettres suivies de 9 chiffres.
$Card(A^2 \times N^9) = Card(A^2) \times Card(N^9) = 2^2 \times 10^9 = 4\,000\,000\,000$!

2) Dénombrement des k-uplets d'éléments distincts

⚠ **Ici, l'ordre des éléments compte et les éléments ne se répètent pas.** ⚠

Exemple :
On considère l'ensemble $E = \{a\,; b\,; o\,; p\,; r\}$.

- (b, o, a) et (r, a, p) sont des triplets d'éléments distincts de E.
- (b, a, r, b, a, r) n'est pas un 6-uplet d'éléments distincts de E car des éléments se répètent.
- (p, r, o, b, a) est un 5-uplet différent de (b, a, p, r, o). L'ordre des éléments est à prendre en compte.

Calculons par exemple le nombre de triplets d'éléments distincts de E.
- Il existe 5 choix pour la 1ère lettre.
- La 1ère lettre étant fixée, il existe 4 choix pour la 2e lettre. Car il n'y a pas répétition d'éléments.
- Les deux premières lettres étant fixées, il existe 3 choix pour la 3e lettre.

En appliquant le principe multiplicatif, le nombre de triplets d'éléments distincts de E est égal à : $5 \times 4 \times 3 = 60$.

Définition : Soit E un ensemble fini à n éléments. Et $k \leq n$.
Un **k-uplets d'éléments distincts** de E est un k-uplet pour lequel tous les éléments sont différents.
Un k-uplets d'éléments distincts est également appelé **arrangement** de k éléments parmi n.

Définition : On appelle **factorielle n** le produit de tous les nombres entiers de 1 à n. Et on note : $n! = 1 \times 2 \times 3 \times \ldots \times n$

Remarque : $n!$ se lit « factorielle n ».

Exemples :
$5! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 = 120$
$100! = 1 \times 2 \times 3 \times \ldots \times 99 \times 100$
$1! = 1$
$0! = 1$ par convention

Propriété : Soit E un ensemble fini à n éléments.
Le nombre de k-uplet d'éléments distincts de E est égal à :

$$n \times (n-1) \times (n-2) \times \ldots \times (n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!}$$

Méthode : Dénombrer des k-uplets d'éléments distincts (arrangements)

Vidéo https://youtu.be/2fKdO9t8wfo

Pour nettoyer un appareil électrique, Fred débranche les 3 prises qui se trouvent à l'arrière de l'appareil.

Mais au moment d'effectuer à nouveau les branchements, il se rend compte qu'il existe 12 positions différentes pour les 3 prises.

Comme il n'a pas pris soin de noter les positions respectives des 3 prises et qu'il n'y connait rien en électronique, il décide d'effectuer les branchements au hasard.
Quelle est la probabilité qu'il retrouve le bon branchement.

Voir cet exercice en version filmée : **http://youtu.be/tbQtm1ufIIY**

Correction

Fred doit choisir 3 positions parmi 12. L'ordre a une importance, on voit que les prises sont de différentes couleurs.
Il existe 12 positions possibles pour la 1$^{\text{ère}}$ prise. Celle-ci étant fixée, il existe alors 11 positions pour la 2$^{\text{e}}$ et ainsi 10 positions pour la 3$^{\text{e}}$ prise.
En appliquant le principe multiplicatif, le nombre de positions possibles est égal à :
$12 \times 11 \times 10 = 1320$.

On peut également considérer les triplets d'éléments distincts (arrangements de 3 éléments parmi 12), soit :

$$\frac{12!}{(12-3)!} = \frac{12!}{9!} = \frac{1 \times 2 \times \ldots \times 12}{1 \times 2 \times \ldots \times 9} = \frac{1 \times 2 \times \ldots 9 \times 10 \times 11 \times 12}{1 \times 2 \times \ldots \times 9} = 10 \times 11 \times 12 = 1\,320$$

Parmi les 1 320 positions, une seule est la bonne. La probabilité que Fred retrouve le bon branchement est égale à : $\frac{1}{1\,320}$.

3) Dénombrement des permutations

⚠ **Ici, l'ordre des éléments compte et les éléments ne se répètent pas.** ⚠

Exemple : On considère l'ensemble $E = \{1\,;2\,;3\,;4\,;5\}$.
$(1, 3, 2, 5, 4)$ et $(5, 1, 2, 3, 4)$ sont des 5-uplets qui utilisent tous les éléments de E.
On les appelle des permutations de E.

Définition : Soit E un ensemble fini à n éléments.
Une **permutation** de E est un n-uplet d'éléments distincts de E.

Remarque : Une permutation d'un ensemble à n élément est un n-uplet d'un ensemble à n éléments. Pour une permutation, on a $k = n$.

Propriété : Soit E un ensemble fini à n éléments.
Le nombre de permutations de E est égal à $n!$.

Exemple :
Il existe $3! = 6$ façons différentes que 3 personnes s'assoient sur un banc à 3 places.

Méthode : Dénombrer des permutations

Vidéo **https://youtu.be/kWEFtcWl_xU**

Pour une conférence, on a invité 12 scientifiques, 6 hommes et 6 femmes renommés, qui seront placés au premier rang de la salle qui comprend 12 places. On attend 5 mathématiciens, 3 physiciens et 4 biologistes.

C'est le moment de prendre place, l'organisateur demande aux scientifiques de s'installer.
- Les mathématiciens proposent que chacun choisisse une place au hasard.
- Les physiciens préfèrent rester ensemble et qu'ainsi tous les physiciens soient assis côte à côte.
- Les biologistes disent qu'il serait mieux que les hommes se placent ensemble et que les femmes en fassent de même.

Calculer le nombre de façons différentes de s'assoir pour chaque proposition.

Correction

- Proposition des mathématiciens :

Le nombre de façons de placer ces 12 scientifiques est égal au nombre de permutations dans un ensemble à 12 éléments, soit :
$12! = 1 \times 2 \times 3 \times \ldots \times 11 \times 12 = 479\,001\,600$.

- Proposition des physiciens :

Le groupe des physiciens est composé de 3 personnes. Vu qu'ils souhaitent s'assoir côte à côte, le groupe dispose de 10 positions possibles :
Les places 1-2-3 ou 2-3-4 ou 3-4-5 ou … ou 10-11-12.
Au sein du groupe des physiciens, le nombre de façons de s'assoir est égal au nombre de permutations d'un ensemble à 3 éléments, soit : $3! = 6$.
Au sein du groupe formé par les autres scientifiques, le nombre de façons de s'assoir est égal au nombre de permutations d'un ensemble à $12 - 3 = 9$ éléments, soit : $9! = 362\,880$.
Donc, d'après le principe multiplicatif, le nombre total de façons de s'assoir selon les physiciens est égal à : $10 \times 6 \times 362\,880 = 21\,772\,800$.

- Proposition des biologistes :

Le nombre d'ordres possibles pour placer le groupe des femmes et des hommes est égal à 2 : hommes-femmes ou femmes-hommes.
Au sein du groupe des femmes, le nombre de façons de s'assoir est égal au nombre de permutations d'un ensemble à 6 éléments, soit : $6! = 720$.
De même pour le groupe des hommes : $6! = 720$.
Donc, d'après le principe multiplicatif, le nombre total de façons de s'assoir selon les biologistes est égal à : $2 \times 720 \times 720 = 1\,036\,800$.

Partie 3 : Combinaisons

1) Nombre de combinaisons

⚠ **Ici, l'ordre des éléments n'a pas d'importance et les éléments ne se répètent pas.** ⚠

Exemple : On considère l'ensemble $E = \{1\,;2\,;3\,;4\,;5\}$.
Le sous-ensemble $\{1\,;2\,;3\}$ est appelée une combinaison de E à 3 éléments.
Le sous-ensemble $\{2\,;5\}$ est appelée une combinaison de E à 2 éléments.
Pour une combinaison, l'ordre n'a pas d'importance. Ainsi $\{1\,;2\}$ et $\{2\,;1\}$ correspondent à la même combinaison de E.

Définition : Soit E un ensemble fini à n éléments. Et $k \leq n$.
Une **combinaison** de k éléments de E est un sous-ensemble de E.

Propriété : Soit E un ensemble fini à n éléments.
Le nombre de combinaisons de k éléments de E est égal à :

$$\frac{n \times (n-1) \times (n-2) \times \ldots \times (n-k+1)}{k!} = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}$$

Ce nombre se note : $\binom{n}{k}$.

Cas particuliers : Pour tout entier naturel n : $\binom{n}{0} = 1$ $\binom{n}{n} = 1$ $\binom{n}{1} = n$

Méthode : Dénombrer des combinaisons

Vidéo https://youtu.be/_ip2dV_BUTM

Une classe composée de 18 filles et 16 garçons va élire les 4 délégués. Dans cet exercice, on ne distingue pas les délégués et les délégués-adjoints.
a) Combien existe-t-il de possibilités pour cette élection ?
b) Emma dit qu'elle ne souhaite pas être élue si Bastien est élu. Dans ces conditions, combien existe-t-il de possibilités ?

Correction
a) On compte le nombre de combinaisons de 4 élèves parmi $18 + 16 = 34$ élèves, soit :

$$\binom{34}{4} = \frac{34!}{4!\,(34-4)!} = \frac{34!}{4!\,30!} = \frac{31 \times 32 \times 33 \times 34}{1 \times 2 \times 3 \times 4} = 46\,376$$

b) On commence par compter le nombre de possibilités tel que Emma et Bastien sont élus.
Si Emma et Bastien sont élus, il reste à choisir 2 élèves parmi 32, soit le nombre de combinaisons de 2 élèves parmi 32 élèves, soit encore :

$$\binom{32}{2} = \frac{32!}{2!\,(32-2)!} = \frac{32!}{2!\,30!} = \frac{31 \times 32}{1 \times 2} = 496$$

Ainsi dans ce cas, le nombre de possibilités est égal à $46\,376 - 496 = 45\,880$.

2) Coefficients binomiaux

Le nombre $\binom{n}{k}$ de combinaisons de k parmi n porte également le nom de **coefficient binomial** en référence à une loi de probabilité : la loi binomiale qui est définie à l'aide des coefficients $\binom{n}{k}$. Celle-ci sera étudiée dans le chapitre « Variables aléatoires ».

Propriété de symétrie : Pour tout entier naturel k tel que $0 \leq k \leq n$: $\binom{n}{n-k} = \binom{n}{k}$

Propriété du triangle de Pascal : Pour tout entier naturel k tel que $0 \leq k \leq n$:

$$\binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k+1}$$

Démonstration au programme :

Vidéo https://youtu.be/xVNjVABYOno

$$\begin{aligned}
\binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} &= \frac{n!}{k!\,(n-k)!} + \frac{n!}{(k+1)!\,(n-k-1)!} \\
&= \frac{n!}{k!\,(n-k-1)!\,(n-k)} + \frac{n!}{k!\,(k+1)(n-k-1)!} \\
&= \frac{n!}{k!\,(n-k-1)!}\left(\frac{1}{n-k} + \frac{1}{k+1}\right) \\
&= \frac{n!}{k!\,(n-k-1)!}\left(\frac{k+1+n-k}{(n-k)(k+1)}\right) \\
&= \frac{n!}{k!\,(n-k-1)!}\left(\frac{n+1}{(n-k)(k+1)}\right) \\
&= \frac{n!\,(n+1)}{k!\,(k+1)(n-k-1)!\,(n-k)} \\
&= \frac{(n+1)!}{(k+1)!\,(n-k)!} \\
&= \binom{n+1}{k+1}
\end{aligned}$$

Méthode : Calculer des coefficients binomiaux

Vidéo https://youtu.be/-gvlrfFdaS8

Vidéo https://youtu.be/mfcBNlUuGaw

Calculer : a) $\binom{25}{24}$ b) $\binom{4}{2}$

Correction

a) $\binom{25}{24} = \binom{25}{25-24}$ par symétrie

$= \binom{25}{1}$

$= 25.$

b) $\binom{4}{2} = \binom{3}{1} + \binom{3}{2}$ d'après la propriété du triangle de Pascal
$= 3 + \binom{3}{2}$
$= 3 + \binom{2}{1} + \binom{2}{2}$ d'après la propriété du triangle de Pascal
$= 3 + 2 + 1 = 6$

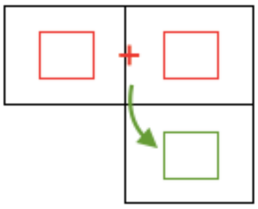
Avec la calculatrice : Il est possible de vérifier les résultats à l'aide d'une calculatrice.
La fonction se nomme "***combinaison***" ou "***nCr***".
Pour calculer $\binom{25}{24}$, on saisit : 25***combinaison***24 ou 25***nCr***24

Avec un tableur : La fonction se nomme "***COMBIN***". Pour calculer $\binom{25}{24}$, on saisit =***COMBIN***(25;24)

3) Le triangle de Pascal

Vidéo https://youtu.be/6JGrHD5nAoc

Le grand tableau qui suit s'appelle le triangle de Pascal.
Il se complète de proche en proche de la manière ci-contre :



On a, par exemple, dans le tableau : 10 + 5 = 15

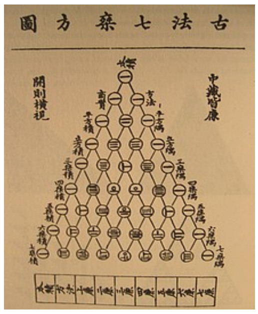
Le triangle de Pascal peut être utilisé pour lire rapidement les coefficients binomiaux.
Par exemple, pour $n = 4$ et $k = 2$, on a : $\binom{n}{k} = \binom{4}{2} = 6$.

n \ k	0	1	**2**	3	4	5	6
0	1						
1	1	1					
2	1	2	1				
3	1	3	3	1			
4	1	4	$\binom{4}{2} = 6$	4	1		
5	1	5	10	10	5	1	
6	1	6	15	20	15	6	1

On retrouve la propriété du triangle de Pascal :

$$\binom{5}{3} + \binom{5}{4}$$
$$= \binom{6}{4}$$

Et de façon générale, on a : $\binom{n}{k}+\binom{n}{k+1}=\binom{n+1}{k+1}$



Blaise Pascal (1623 ; 1662) fait la découverte d'un triangle arithmétique, appelé aujourd'hui "triangle de Pascal". Son but est d'exposer mathématiquement certaines combinaisons numériques dans les jeux de hasard et les paris. Cette méthode était déjà connue des perses mais aussi du mathématicien chinois *Zhu Shi Jie* (XIIe siècle). Ci-contre, le triangle de *Zu Shi Jie* extrait de son ouvrage intitulé *Su yuan zhian* (1303).

4) Parties d'un ensemble

Propriété : Soit E un ensemble fini à n éléments.
Le nombre de sous-ensemble de E est égal à :

$$\sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}=\binom{n}{0}+\binom{n}{1}+\binom{n}{2}+\cdots+\binom{n}{n}=2^n$$

Démonstration au programme :
Vidéo https://youtu.be/8MVCbhQF2ak

- Le nombre de sous-ensemble de E est égal à la somme des sous-ensembles à 0 élément, à 1 éléments, à 2 éléments, ..., à n éléments. Soit : $\binom{n}{0}+\binom{n}{1}+\binom{n}{2}+\cdots+\binom{n}{n}$

- Par ailleurs, pour construire un sous-ensemble de E, on considère n étapes où à chaque élément de E, on décide de le choisir ou de ne pas le choisir pour l'inclure dans le sous-ensemble.
Il y a donc deux possibilités par étape et il y a n étapes.
Il y a donc $2\times 2\times \ldots \times 2$ (n facteurs) possibilités d'obtenir un sous-ensemble de E, soit 2^n.

Exemple : Soit : $E=\{1,2,3\}$. Alors toutes les parties de E sont :
$\emptyset$, $\{1\}$, $\{2\}$, $\{3\}$, $\{1,2\}$, $\{1,3\}$, $\{2,3\}$, $\{1,2,3\}$.
Elles sont au nombre de 8. En effet, ici $n=3$ et $2^3=8$.

Pour résumer : Arrangement, permutation, combinaison... : lequel choisir ?
Vidéo https://youtu.be/hWkIwXXEECc

On choisit k éléments dans un ensemble à n éléments.

RÉSULTAT ORDONNÉ

- OUI → RÉPÉTITION
  - OUI → k-uplets $\to n^k$ ➤ *Exemple 1*
  - NON →
    - k-uplets d'éléments distincts (arrangements) $\to \dfrac{n!}{(n-k)!}$ ➤ *Exemple 2*
    - Permutations ($k=n$) : $\to n!$ ➤ *Exemple 3*
- NON → Combinaisons : $\to \binom{n}{k}=\dfrac{n!}{k!\,(n-k)!}$ ➤ *Exemple 4*

Exemple 1
Nombre de mots composés de 3 lettres de l'alphabet ?
ORDONNÉ - RÉPÉTITION
→ Nombre de triplets d'un ensemble à 26 éléments = 26^3.

Exemple 2
Nombre de mots composés de 3 lettres de l'alphabet toutes différentes ?
ORDONNÉ – PAS RÉPÉTITION
→ Nombre de triplets d'éléments tous distincts (arrangements) d'un ensemble à 26 éléments = $26 \times 25 \times 24$.

Exemple 3
Nombre d'anagrammes du mot « MDR ».
ORDONNÉ – PAS RÉPÉTITION
→ Nombre de permutations à 3 éléments = 3!

Exemple 4
Nombre de possibilités de tirer simultanément 3 jetons parmi 6 jetons marqués de 6 lettres toutes différentes.
NON ORDONNÉ – PAS RÉPÉTITION
→ Nombre de combinaisons à 3 éléments parmi 6 = $\binom{6}{3}$.

© Copyright

Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.
www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales