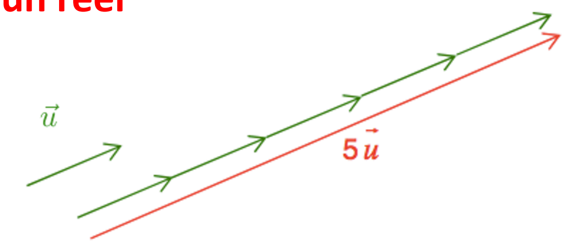
LES VECTEURS – Chapitre 2/2

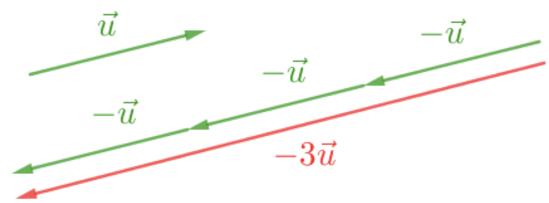
Tout le cours en vidéo : https://youtu.be/aSSDBNn_rRI

Partie 1 : Produit d'un vecteur par un réel



Exemple 1 :
$5\vec{u}$ est la somme de 5 vecteurs $\vec{u}$.
On a :
$5\vec{u} = \vec{u} + \vec{u} + \vec{u} + \vec{u} + \vec{u}$

Remarques :
- Les vecteurs $5\vec{u}$ et $\vec{u}$ ont la même direction et le même sens.
- La norme du vecteur $5\vec{u}$ est égale à 5 fois la norme du vecteur $\vec{u}$.

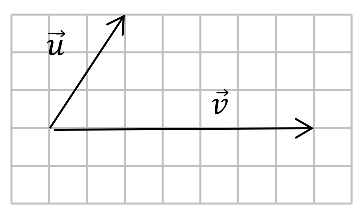


Exemple 2 :
$-3\vec{u}$ est la somme de 3 vecteurs $-\vec{u}$.
On a :
$-3\vec{u} = (-\vec{u}) + (-\vec{u}) + (-\vec{u})$

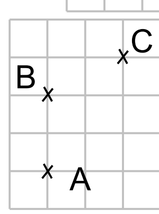
Remarques :
- Les vecteurs $\vec{u}$ et $-3\vec{u}$ ont la même direction mais sont de sens contraire.
- La norme du vecteur $-3\vec{u}$ est égale à 3 fois la norme du vecteur $\vec{u}$.

Méthode : Représenter un vecteur défini comme produit et somme de vecteurs

Vidéo https://youtu.be/1C6KEwbO-b8



a) Soit deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$.
Représenter les vecteurs suivants :
$2\vec{u}$, $-\vec{v}$, $2\vec{u} - \vec{v}$.

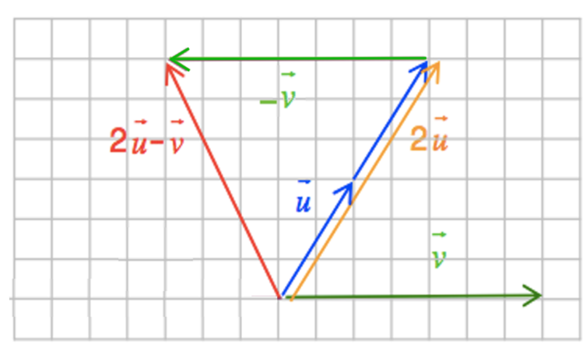


b) Soit trois points A, B et C.
Représenter le vecteur $\overrightarrow{BC} - 3\overrightarrow{AC}$.

Correction

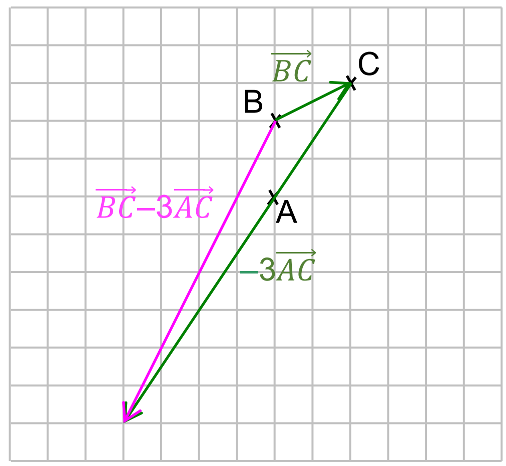
a) • On commence par représenter le vecteur $2\vec{u}$:
On place bout à bout deux vecteurs $\vec{u}$.

• Le vecteur $-\vec{v}$ a la même direction et la même longueur que $\vec{v}$ mais il est de sens contraire.



• Pour représenter le vecteur $2\vec{u} - \vec{v}$ = $2\vec{u} + (-\vec{v})$, on place bout à bout les vecteurs $2\vec{u}$ et $-\vec{v}$ et on relit les extrémités du chemin construit.

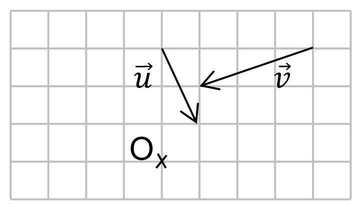
b) Pour représenter le vecteur $\overrightarrow{BC} - 3\overrightarrow{AC}$ ou $\overrightarrow{BC} + (-3\overrightarrow{AC})$, on place bout à bout les vecteurs $\overrightarrow{BC}$ et $-3\overrightarrow{AC}$.



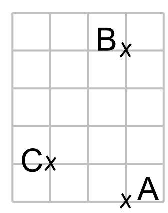
Méthode : Construire un point vérifiant une égalité vectorielle

Vidéo https://youtu.be/JxYpPE6iPEA

a) Soit deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ et un point O.
Construire le point A tel que $\overrightarrow{OA} = 3\vec{u} - \vec{v}$.

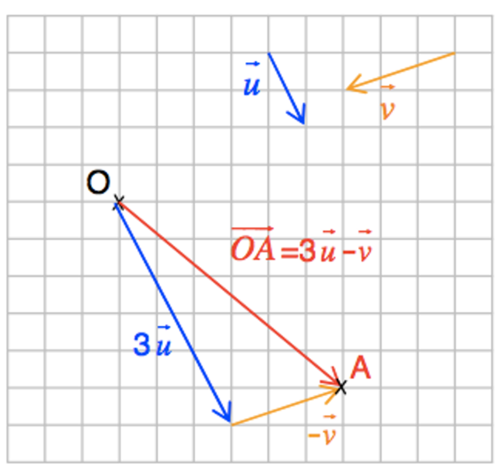


b) Soit trois points A, B, C du plan.
Construire le point M tel que $\overrightarrow{AM} = -\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC}$.

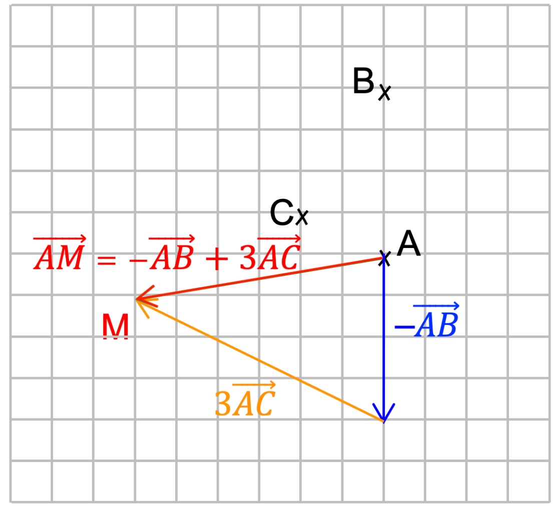


Correction

a) Pour représenter le vecteur $\overrightarrow{OA} = 3\vec{u} - \vec{v}$, on place bout à bout les vecteurs $3\vec{u}$ et $-\vec{v}$ en partant de O.
Le point A se trouve à l'extrémité du vecteur $-\vec{v}$ dans le chemin construit.



b) Pour représenter le vecteur $\overrightarrow{AM} = -\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC}$, on place bout à bout les vecteurs $-\overrightarrow{AB}$ et $3\overrightarrow{AC}$ en partant de A.
Le point M se trouve à l'extrémité du vecteur $3\overrightarrow{AC}$ dans le chemin construit.

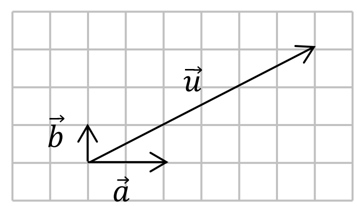


Activité de groupe : Course d'orientation
http://www.maths-et-tiques.fr/telech/Course_vect.pdf

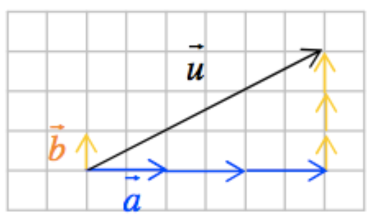
Méthode : Exprimer par lecture graphique un vecteur en fonction d'autres vecteurs

Vidéo https://youtu.be/ODZGKdIKewo

Par lecture graphique, exprimer le vecteur $\vec{u}$ en fonction des vecteurs $\vec{a}$ et $\vec{b}$.



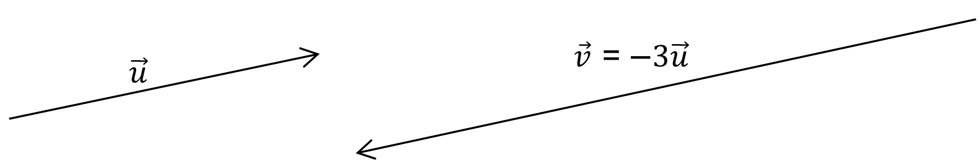
Correction



On construit un chemin formé de vecteurs $\vec{a}$ et $\vec{b}$ mis bout à bout reliant l'origine et l'extrémité du vecteur $\vec{u}$.
On compte ainsi le nombre de vecteurs $\vec{a}$ et $\vec{b}$ formant ce chemin.
On a : $\vec{u} = 3\vec{a} + 3\vec{b}$.

Partie 2 : Notion de colinéarité

Exemple :



Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ont la même direction, on dit qu'ils sont colinéaires.

Définition : Deux vecteurs non nuls $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont **colinéaires** signifie qu'ils ont même direction c'est à dire qu'il existe un nombre réel k tel que $\vec{u} = k\vec{v}$.

Remarque : Le vecteur nul est colinéaire à tout vecteur du plan.

Méthode : Démontrer que des vecteurs sont colinéaires

Vidéo https://youtu.be/FjUbd9Pbhmg

On donne deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$, tel que : $-4\vec{u} + 3\vec{v} = \vec{0}$.
Démontrer que les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires.

Correction

$-4\vec{u} + 3\vec{v} = \vec{0}$

$-4\vec{u} = -3\vec{v}$

$\vec{u} = \frac{-3}{-4}\vec{v}$

$\vec{u} = \frac{3}{4}\vec{v}$

Il existe un nombre réel $k = \frac{3}{4}$ tel que $\vec{u} = k\vec{v}$.
Donc $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont donc colinéaires.