# LES VECTEURS – Chapitre 1/2

**Tout le cours en vidéo :** https://youtu.be/aSSDBNn_rRI

Activités de groupe : La Translation (Partie1) :
http://www.maths-et-tiques.fr/telech/trans_gr1.pdf

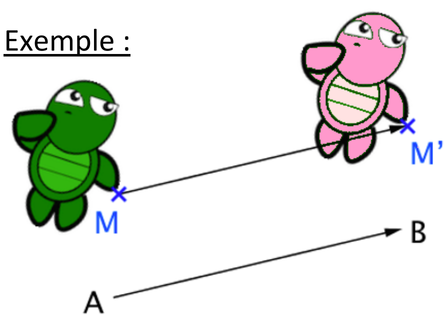
La Translation (Partie2) :
http://www.maths-et-tiques.fr/telech/trans_gr2.pdf

## Partie 1 : Notion de vecteur

### 1. Translation (Rappel)

Définition :
Une **translation** fait glisser une figure selon une direction, un sens et une longueur donnée, schématisé par une flèche.

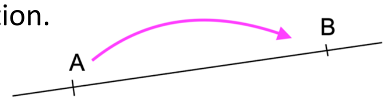
Exemple :




M' est l'image de M par la translation qui envoie A en B.

La tortue rose est l'image de la tortue verte par la translation de vecteur noté $\overrightarrow{AB}$.

Ne pas confondre **direction** et **sens** :
Par exemple :
La **droite (AB)** définit une direction.
**De A vers B** définit un sens.



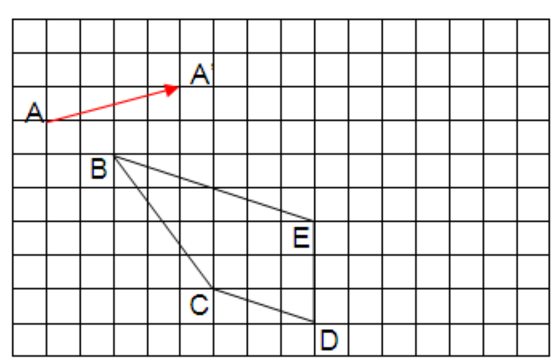

### 2. Définition et propriétés :

Définition :
La flèche qui définit la translation s'appelle un **vecteur**.
Un vecteur est défini par :
- une direction,
- un sens,
- une longueur.

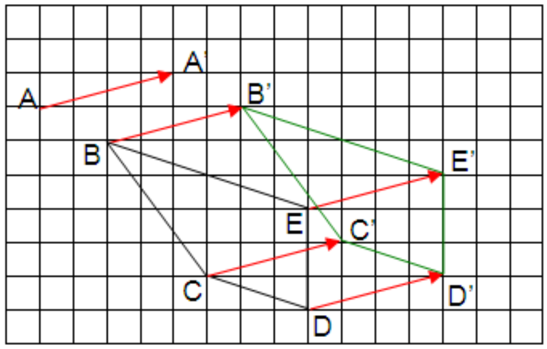
Méthode : Construire l'image d'une figure par une translation

**Vidéo** https://youtu.be/8Jb9cMOeYSk

Soit la translation définie par le vecteur $\overrightarrow{AA'}$.
Construire l'image B'C'D'E' du trapèze BCDE par cette translation.



**Correction**




« vecteur » vient du latin « vehere » (conduire, transporter)
Le mot a été introduit en 1925 et la notation $\overrightarrow{AB}$ en 1920.
A l'origine des vecteurs, un italien, ***Giusto Bellavitis*** (1803-1880) qui les désignait comme *segments équipollents*.

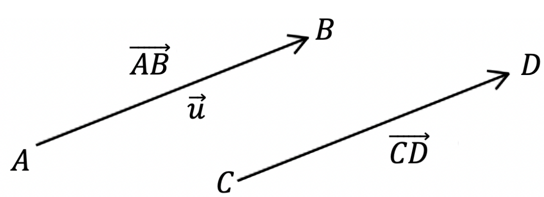
Activités de groupe :
http://www.maths-et-tiques.fr/telech/Act_vect.pdf

TP info : Bonhommes et dromadaires :
http://www.maths-et-tiques.fr/telech/bonhom.pdf
http://www.maths-et-tiques.fr/telech/droma.pdf

## 3. Vecteurs égaux

Définition :
Des vecteurs sont **égaux** lorsqu'ils ont même direction, même sens et même longueur.

Exemple :
Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont égaux.
On note : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.




On dit dans ce cas que $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont des représentants d'un même vecteur.
On peut noter plus simplement ce vecteur à l'aide d'une seule lettre : $\vec{u}$.
Et on a : $\vec{u} = \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

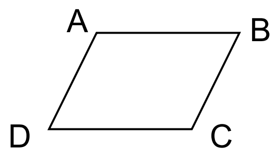
Définition :
La longueur d'un vecteur est appelée la **norme** du vecteur.

Méthode : Construire un point défini à partir de vecteurs

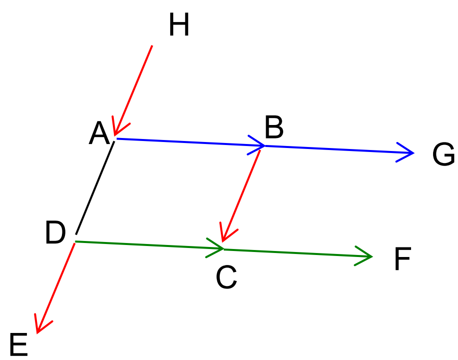
Vidéo https://youtu.be/zcQPz4dfnn0

À partir du parallélogramme $ABCD$, construire les points $E$, $F$, $G$ et $H$ tels que :

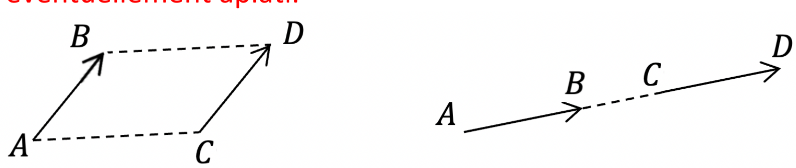
$\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{BC}$
$\overrightarrow{CF} = \overrightarrow{DC}$
$\overrightarrow{BG} = \overrightarrow{AB}$
$\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{BC}$



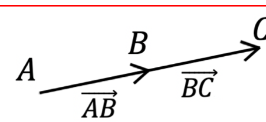

**Correction**




Propriété du parallélogramme :
Dire que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont égaux revient à dire que le quadrilatère AB**DC** est un parallélogramme, éventuellement aplati.




Propriété du milieu :
Dire que $B$ est le milieu du segment $[AC]$ revient à dire que $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont égaux.



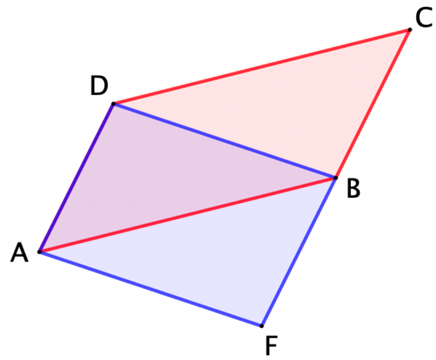

Méthode : Utiliser des propriétés sur les vecteurs

Vidéo https://youtu.be/XokpP_8mTOE

$ABCD$ et $AFBD$ sont deux parallélogrammes.
a) Réaliser une figure.
b) Démontrer que $B$ est le milieu du segment $[CF]$.

**Correction**

a)




b) Dire que $B$ est le milieu de $[CF]$ revient à dire que $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{BF}$.
Démontrons-le.

$\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DA}$ car $ABCD$ est un parallélogramme.
$\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{DA}$ car $AFBD$ est un parallélogramme.
Donc $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{BF}$
Et donc en particulier : $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{BF}$.
D'où $B$ est le milieu de $[CF]$.

## 4. Vecteur nul

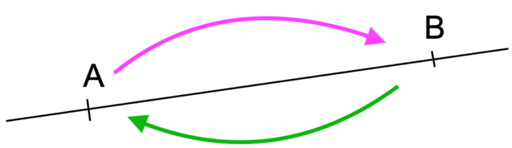
<u>Définition :</u> Un vecteur $\overrightarrow{AB}$ est **nul** lorsque les points A et B sont confondus.

On note : $\overrightarrow{AB} = \vec{0}$.

<u>Remarque :</u> Pour tout point $M$, on a : $\overrightarrow{MM} = \vec{0}$.

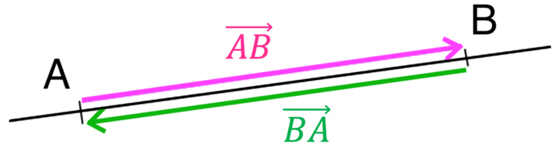
## 5. Vecteurs opposés

Il ne faut pas confondre sens et direction !
Une droite définit une direction, ci-dessous la direction de la droite (AB).
Cependant une direction possède deux sens, ici de « A vers B » ou de « B vers A ».



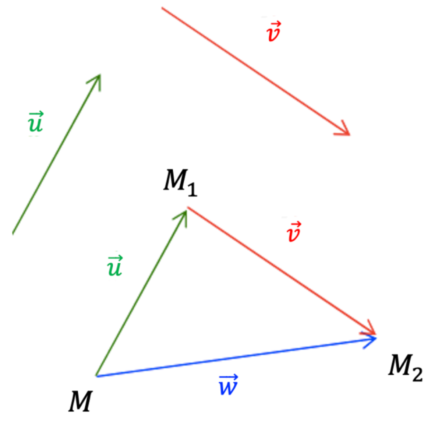

<u>Définition :</u> Deux vecteurs sont **opposés** lorsqu'ils ont la même direction, la même longueur et qu'ils sont de sens contraire.

$\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BA}$ sont des vecteurs opposés.
On note $\overrightarrow{BA} = -\overrightarrow{AB}$



# Partie 2 : Somme de vecteurs

## 1. Exemple avec les translations




Soit $t_1$ la translation de vecteur $\vec{u}$
et $t_2$ la translation de vecteur $\vec{v}$.

Appliquer la translation $t_1$ puis la translation $t_2$ :

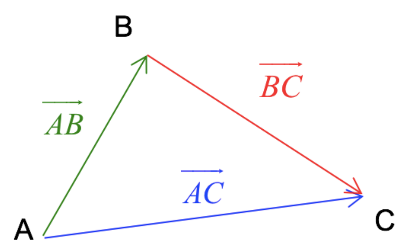
$$M \longmapsto M_1 \longmapsto M_2$$

revient à appliquer la translation $t$ de vecteur $\vec{w}$ :

$$M \longmapsto M_2$$

L'enchaînement de deux translations de vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ est la translation de vecteur noté $\vec{w} = \vec{u} + \vec{v}$.

## 2. Addition de deux vecteurs




Exemple :
Sur la figure, on a : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$
La somme des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$ construit bout à bout est égale au vecteur $\overrightarrow{AC}$.

Remarques :
- L'égalité précédente porte le nom de **relation de Chasles**.
- Dans le triangle $ABC$, on a également les relations : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB}$
  $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}$.

Michel Chasles (Fr, 1793-1880) : La relation n'est pas de lui, mais nommée ainsi en hommage à ses travaux sur les vecteurs.
Homme naïf, on raconte qu'il fut ruiné en achetant de fausses lettres (Jeanne d'arc à sa mère, Vercingétorix à César,…) !

Méthode : Appliquer la relation de Chasles (non exigible)

**Vidéo** https://youtu.be/fbVrdYiY0qc

Simplifier les écritures :

a) $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MN}$ b) $\overrightarrow{MP} + \overrightarrow{AM}$ c) $\overrightarrow{OP} + \overrightarrow{KO} + \overrightarrow{NK}$
d) $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NM}$ e) $\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{PM} + \overrightarrow{OP}$ f) $\overrightarrow{KN} - \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OK}$

**Correction**

a) $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MN}$
$= \overrightarrow{AN}$

b) $\overrightarrow{MP} + \overrightarrow{AM}$
$= \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MP}$
$= \overrightarrow{AP}$

c) $\overrightarrow{OP} + \overrightarrow{KO} + \overrightarrow{NK}$
$= \overrightarrow{KO} + \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{NK}$
$= \overrightarrow{KP} + \overrightarrow{NK}$
$= \overrightarrow{NK} + \overrightarrow{KP} = \overrightarrow{NP}$

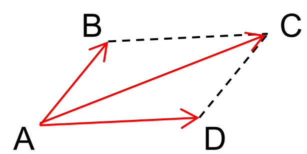
d) $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NM}$
$= \overrightarrow{MM}$
$= \vec{0}$

e) $\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{PM} + \overrightarrow{OP}$
$= \overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{PM}$
$= \overrightarrow{MP} + \overrightarrow{PM}$
$= \overrightarrow{MM} = \vec{0}$

f) $\overrightarrow{KN} - \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OK}$
$= \overrightarrow{KN} + \overrightarrow{NO} + \overrightarrow{OK}$
$= \overrightarrow{KO} + \overrightarrow{OK}$
$= \overrightarrow{KK} = \vec{0}$

Propriété caractéristique du parallélogramme :

Dire que $ABCD$ est un parallélogramme revient à dire que $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$,



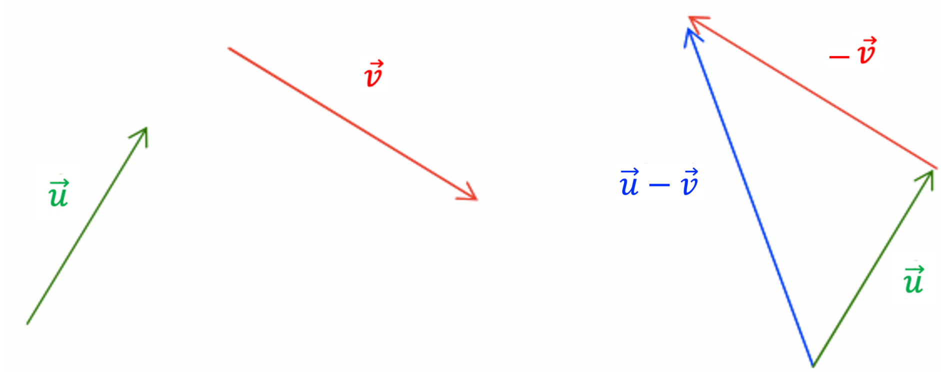

Démonstration :

D'après la relation de Chasles, l'égalité $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$ peut s'écrire :
$\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$
Soit $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB}$,
soit encore : $ABCD$ est un parallélogramme.

### 3. Soustraction de deux vecteurs

Exemple :

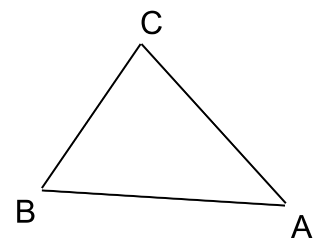
Pour effectuer la différence des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$, on passe à la somme :
$\vec{u} - \vec{v} = \vec{u} + (-\vec{v})$.
Pour obtenir la somme des vecteurs $\vec{u}$ et $-\vec{v}$, on construit les vecteurs $\vec{u}$ et $-\vec{v}$ bout à bout.



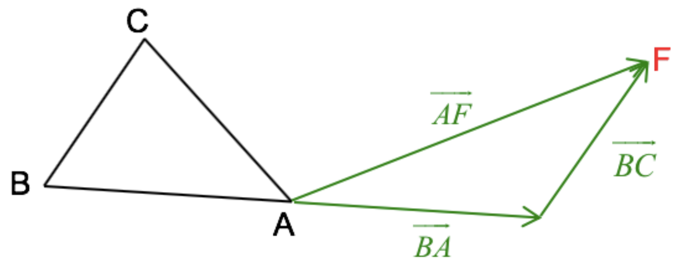
Méthode : Construire un point défini à partir d'une somme de vecteurs

Vidéo https://youtu.be/nzABUzFM6p8

Soit un triangle $ABC$.
Construire le point $F$ tel que $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$




**Correction**




On construit à partir de $A$ (origine de $\overrightarrow{AF}$) le vecteur $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$ en mettant « bout à bout » les vecteurs $\overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{BC}$.
On a ainsi construit le vecteur $\overrightarrow{AF}$ et donc le point $F$.