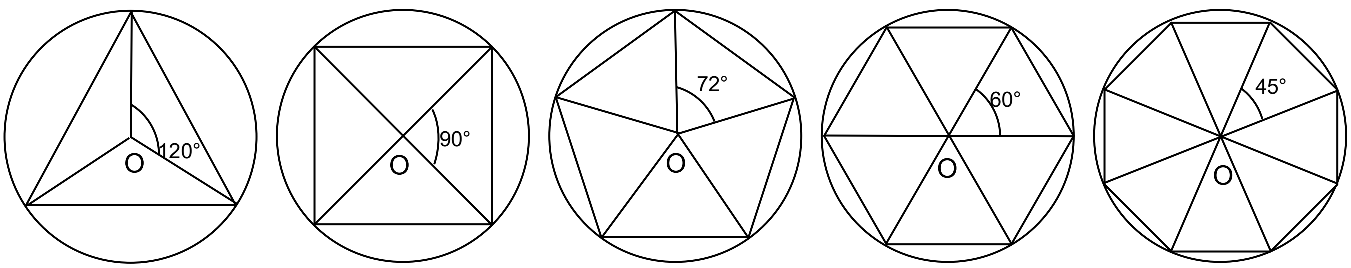
GÉOMÉTRIE PLANE

- Uniquement STD2A -

Partie 1 : Polygones réguliers

Le mot « polygone » vient de « poly » pour signifier « plusieurs » et gonia « angle, coin ». On retrouve ce dernier dans « genou » mais aussi dans les villes côtières de Gênes ou Genève très proches de côtes formant un angle.

Définition : Un **polygone régulier** est un polygone inscrit dans un cercle dont tous les côtés ont la même longueur.



Triangle équilatéral — Carré — Pentagone régulier — Hexagone régulier — Octogone régulier

Les angles marqués sur les polygones sont appelés « angles au centre ».

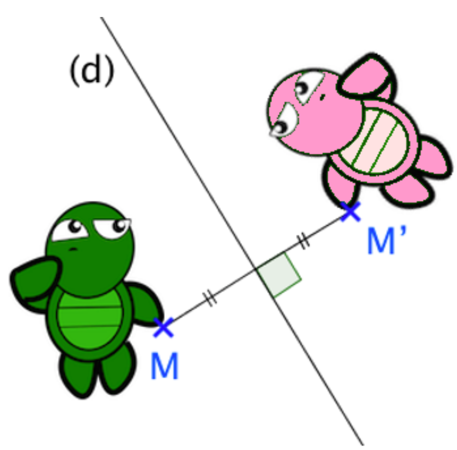
Propriété : Si un polygone régulier possède n côtés alors ses angles au centre sont tous égaux et mesurent $\frac{360°}{n}$.

Partie 2 : Transformations du plan

1) Symétrie axiale

Vidéo https://youtu.be/sRcgsiPeIq4

Une symétrie axiale transforme une figure par effet miroir par rapport à l'axe de symétrie.

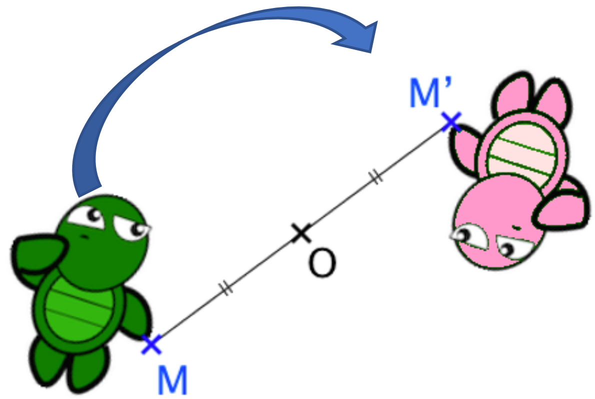


M' est l'image de M par la symétrie d'axe **(d)** :
- [MM'] est perpendiculaire à (d),
- M et M' sont à égale distance de (d).

Remarques : - (d) est la médiatrice de [MM'].
- Si M est sur (d) alors M et M' sont confondus.

2) Symétrie centrale

Vidéo https://youtu.be/gQZIWxzOfaE



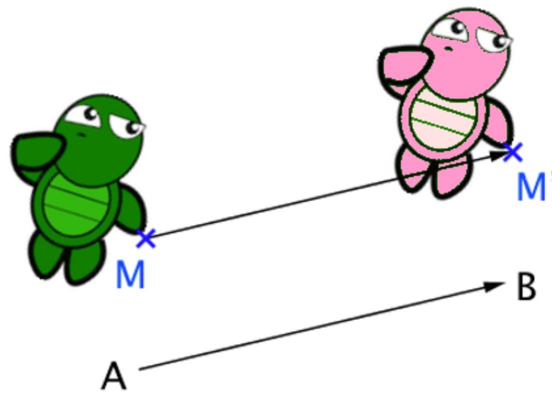
Une symétrie centrale fait tourner une figure autour d'un point en effectuant un demi-tour.

M' est l'image de M par la symétrie de centre **O** :
- M, O et M' sont alignés,
- MO = OM'.

Remarques : - O est le milieu de [MM'].
- Si M est en O, alors M,O et M' sont confondus.

3) Translation

Vidéo https://youtu.be/YzG5ZP9Kp6k
Vidéo https://youtu.be/chYUBSVEoFo

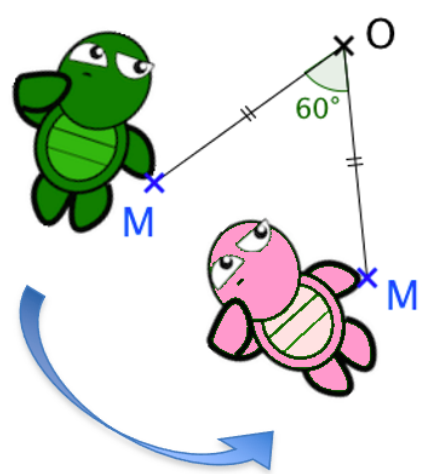


Une translation fait glisser une figure selon une flèche. Cette flèche définie une direction, un sens et une longueur.

M' est l'image de M par la translation qui **envoie A en B**.

Remarque : ABM'M est un parallélogramme.

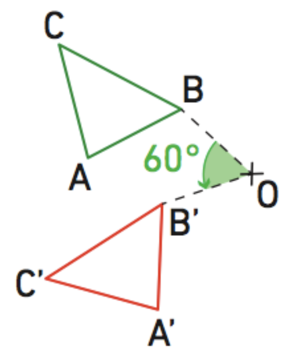
4) Rotation



Une rotation fait tourner une figure autour d'un point selon un angle et un sens.

M' est l'image de M par la rotation de **centre O** et d'**angle 60° dans le sens inverse des aiguilles d'une montre** :
- $\widehat{MOM'} = 60°$
- MO = OM'

Remarques :
- Appliquer une rotation sur une figure, c'est faire tourner la figure autour d'un centre selon un angle donné et dans un sens donné.

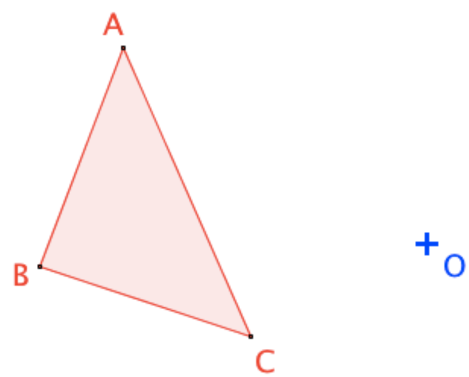


- Une rotation d'angle 180° est une symétrie centrale.
- L'image du point O par une rotation de centre O est le point O lui-même.

Méthode : Construire l'image d'une figure par une rotation

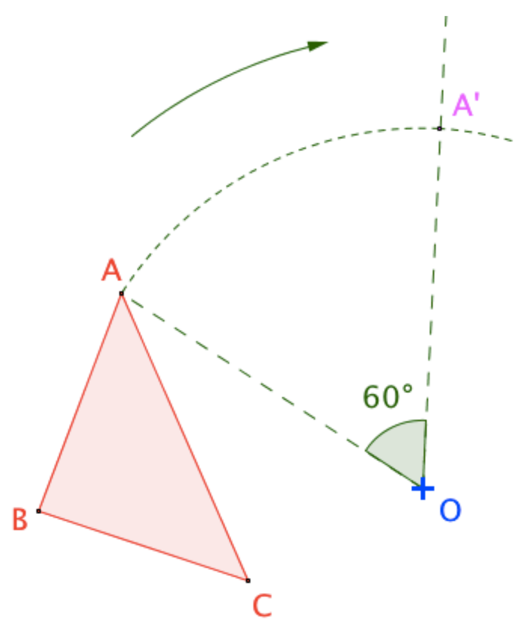
Vidéo https://youtu.be/xd_-KzMmjwI
Vidéo https://youtu.be/_lr-qTQVtCg

Construire l'image du triangle ABC par la rotation de centre O et d'angle 60° dans le sens des aiguilles d'une montre.

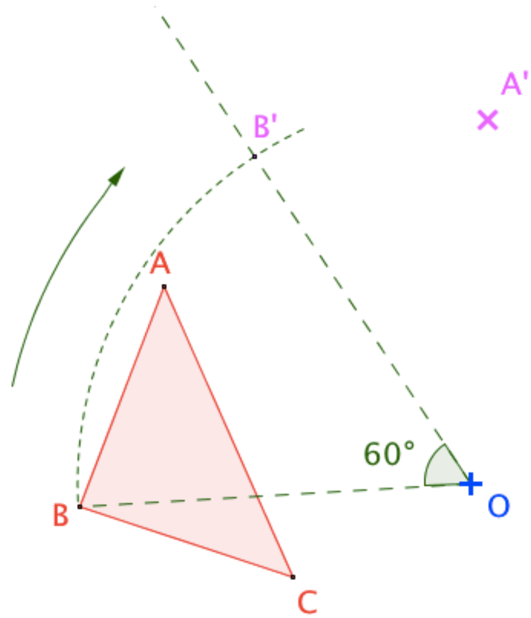


Correction

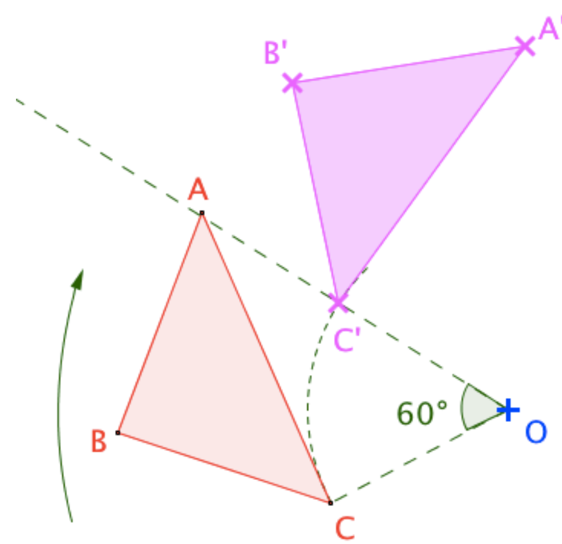
On commence par construire l'image du point A :
Pour cela, on trace un angle de sommet O et de mesure 60° en partant de [OA] et en tournant dans le sens des aiguilles d'une montre.
Le point A' est tel que OA = OA'.



On refait de même pour tracer les images des points B et C :

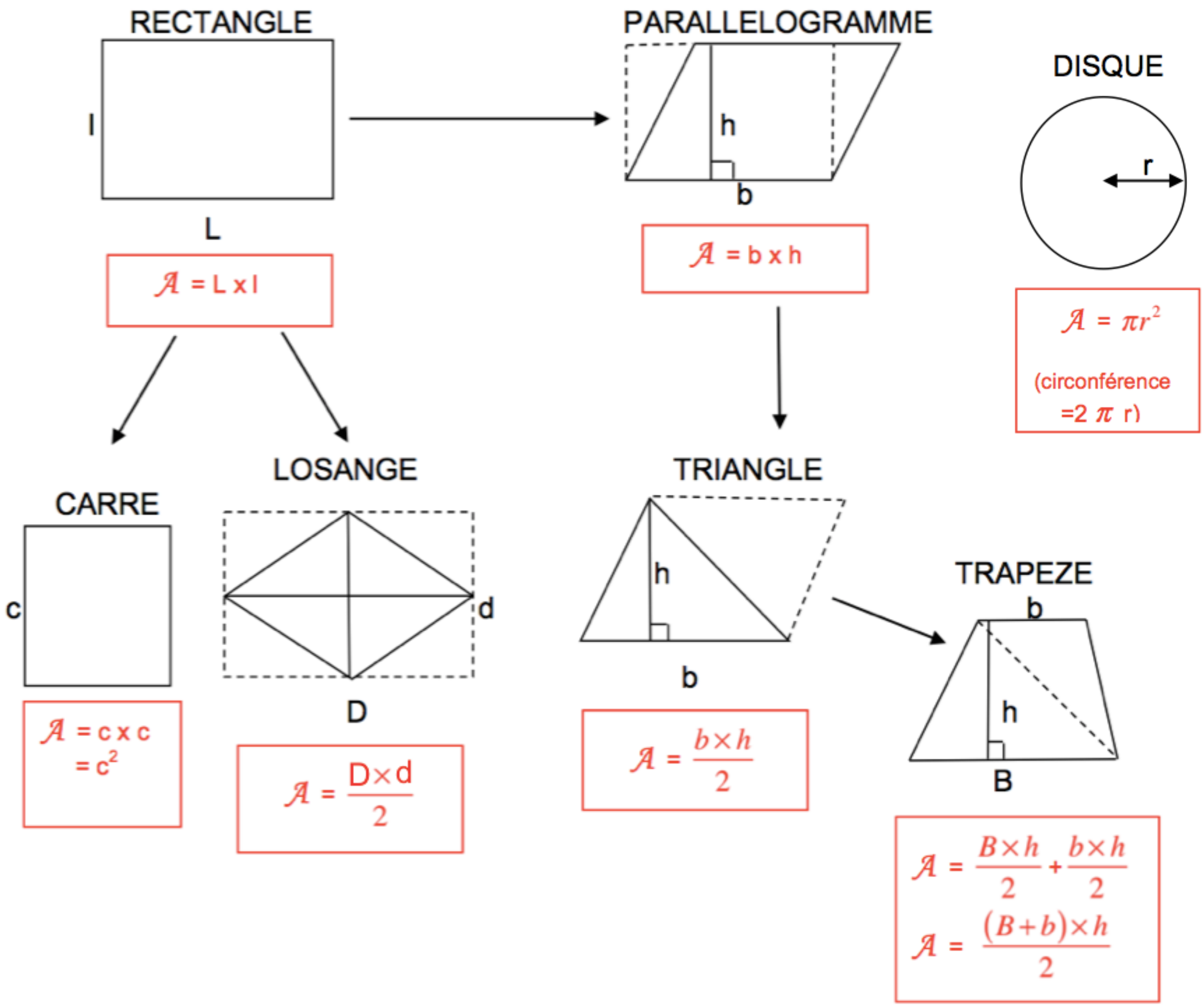


On obtient ainsi l'image A'B'C' du triangle ABC par la rotation :



Partie 3 : Règles classiques de géométrie

1) Formules d'aire



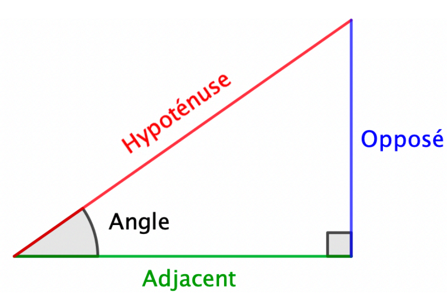
2) Trigonométrie dans le triangle rectangle

Dans un triangle rectangle, on a :

$$\cos(Angle) = \frac{Adjacent}{Hypoténuse}$$

$$\sin(Angle) = \frac{Opposé}{Hypoténuse}$$

$$\tan(Angle) = \frac{Opposé}{Adjacent}$$

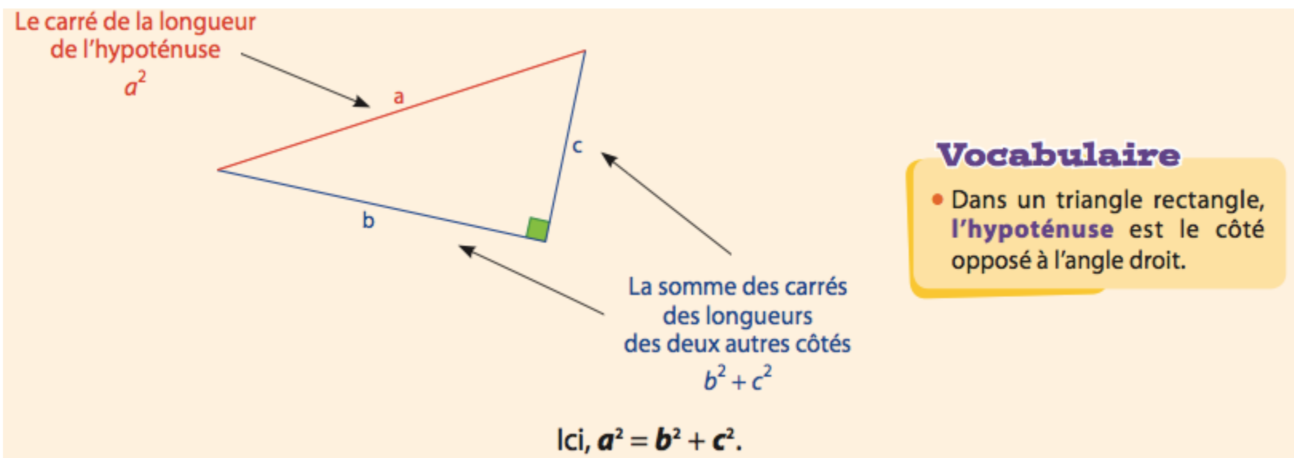


Petit truc pour mémoriser les formules :

M. Trigo te dit :

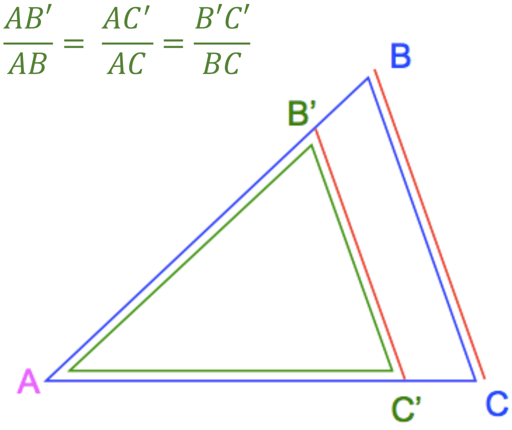
3) Configuration de Pythagore

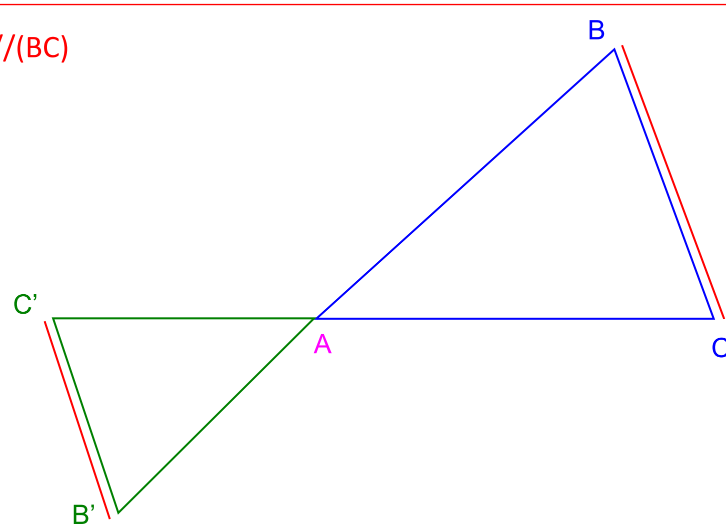
Un triangle rectangle est un triangle dont le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés.



4) Configuration de Thalès

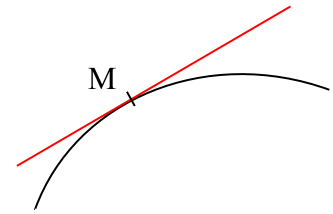
Dans les configurations suivantes où (B'C')//(BC)
on a :
$$\frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC} = \frac{B'C'}{BC}$$





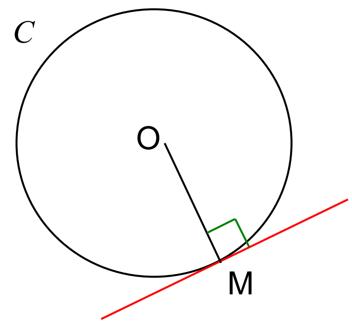
5) Tangente à un cercle

Vient du latin « tangere » = toucher



C'est une droite qui « touche » le cercle en un point et un seul.

Propriété :
La tangente en M au cercle *C* est perpendiculaire au rayon en ce point.

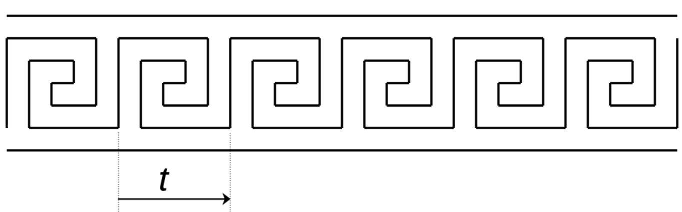


Partie 4 : Frises et pavages

1) Frises

Définition : Une **frise** est formée de la répétition d'une même figure par translation.

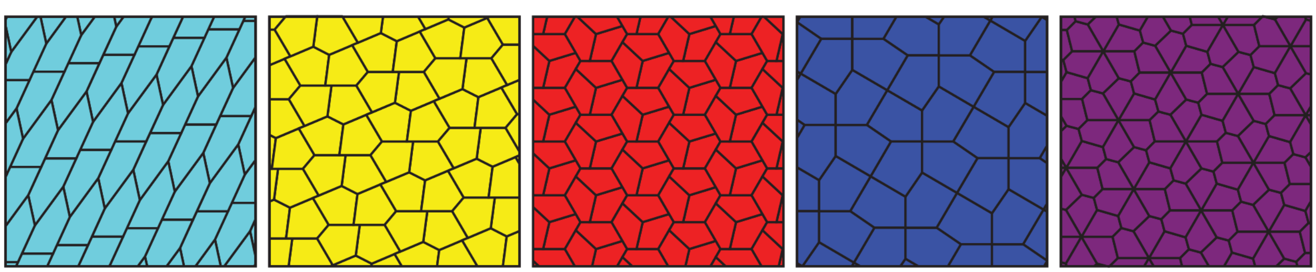
Exemple :

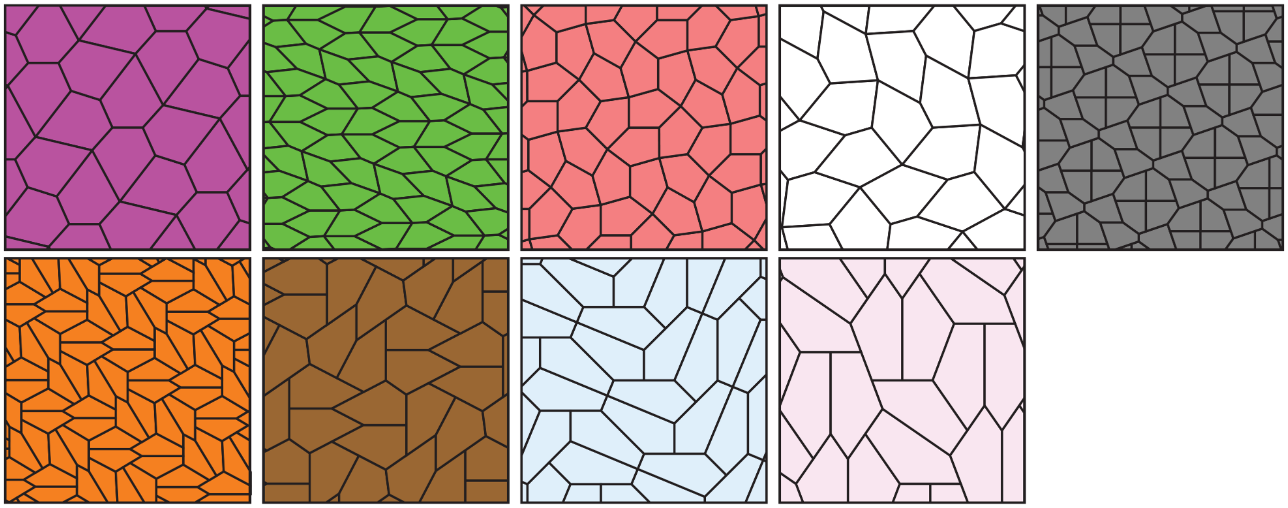


2) Pavages

Définition : Un **pavage** est formé de la répétition d'une même figure par translation, rotation ou symétrie.
Le pavage ne présente aucun espace libre.
Les figures ne se chevauchent pas.

Exemples :





Les 14 pavages connus par pentagones

Et voici un bel exemple de pavage…
pâtissier !