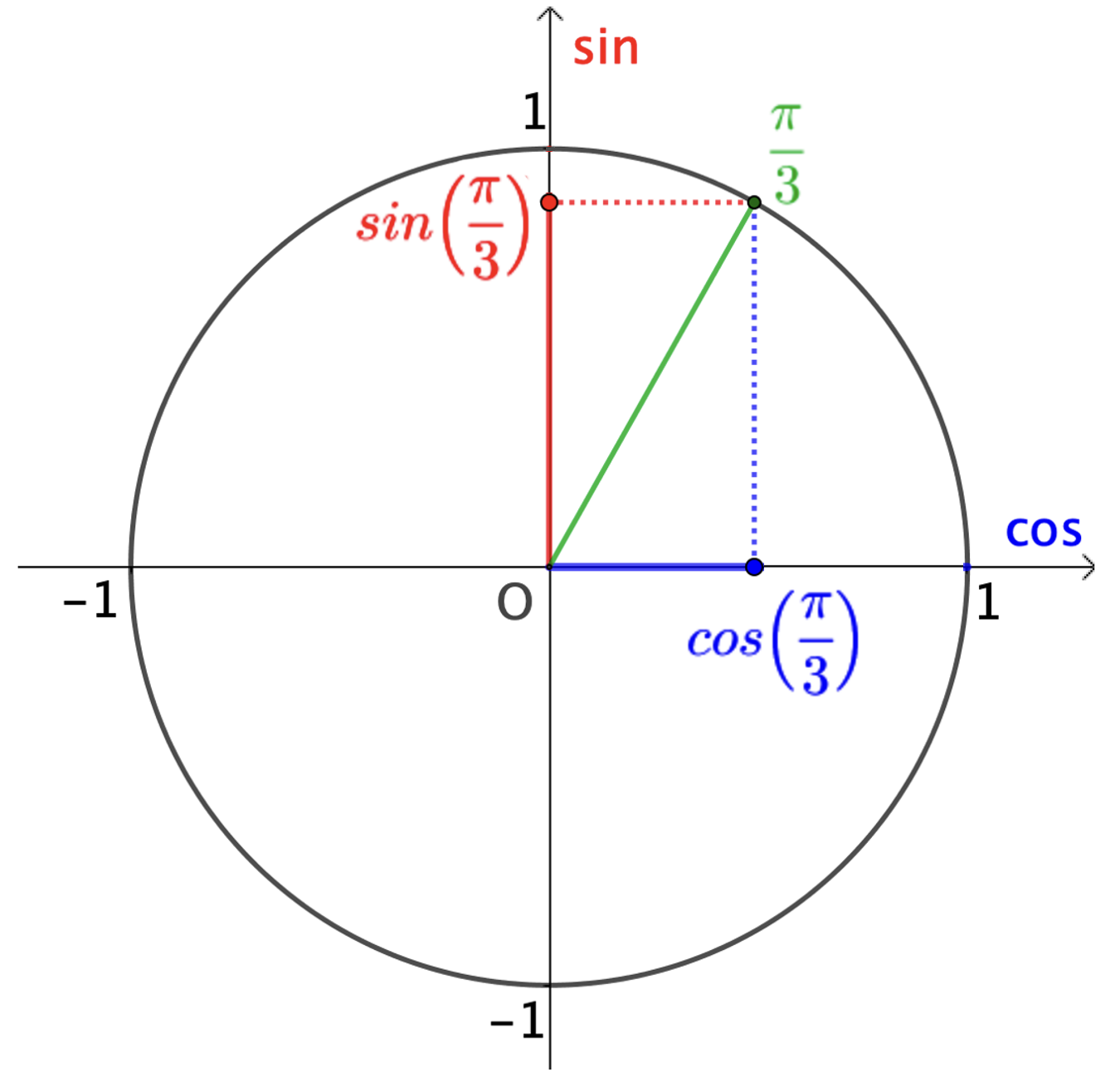
FONCTIONS TRIGONOMÉTRIQUES – Chapitre 2/2

 **Tout le cours en vidéo :** [**https://youtu.be/wJjb3CSS3cg**](https://youtu.be/wJjb3CSS3cg)

**Partie 1 : Cosinus et sinus d'un nombre réel**



1. Définitions et propriétés

Exemple :

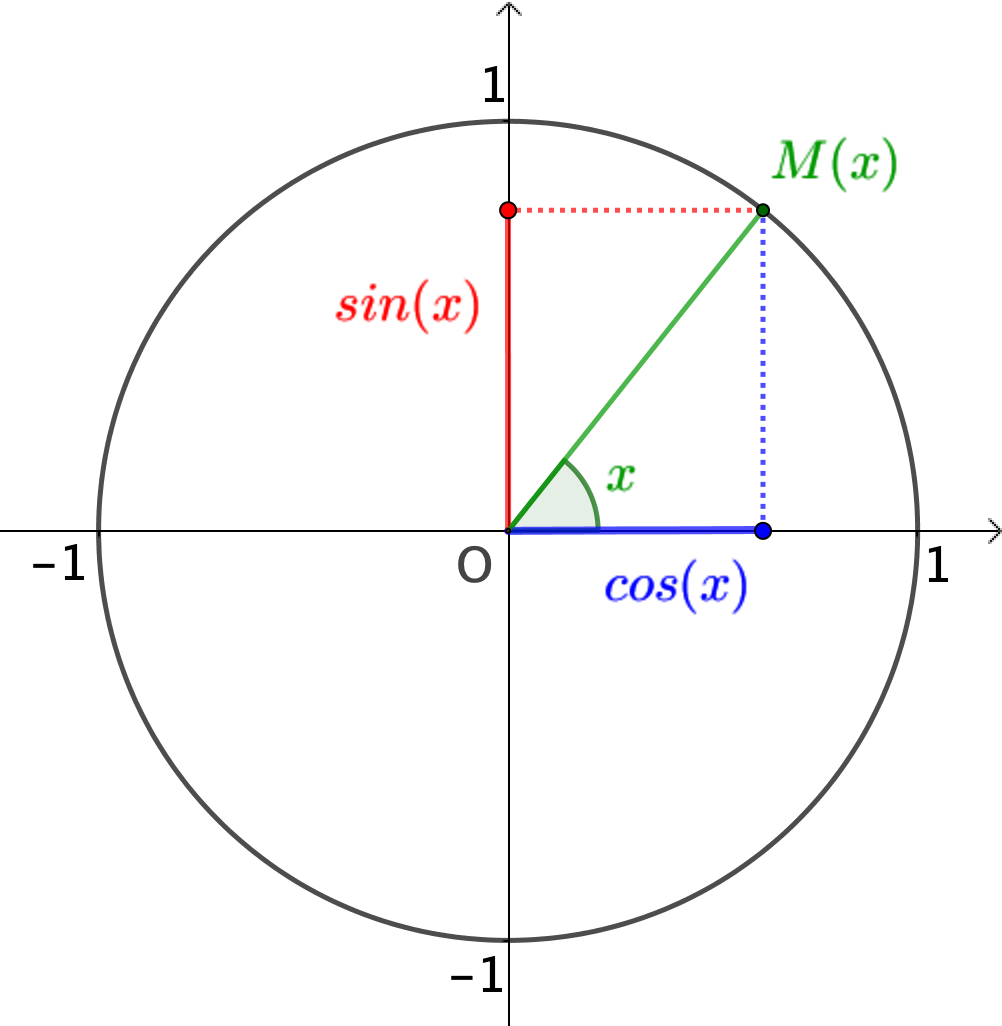
A l’aide du cercle trigonométrique, il est possible de lire le cosinus et le sinus d’un nombre.

Le cosinus se lit sur l’axe des abscisses et le sinus sur l’axe des ordonnées.

Définitions : Soit M le point du cercle trigonométrique associé au nombre (qui est un angle orienté).

- Le **cosinus** de est l’abscisse de M et on note.

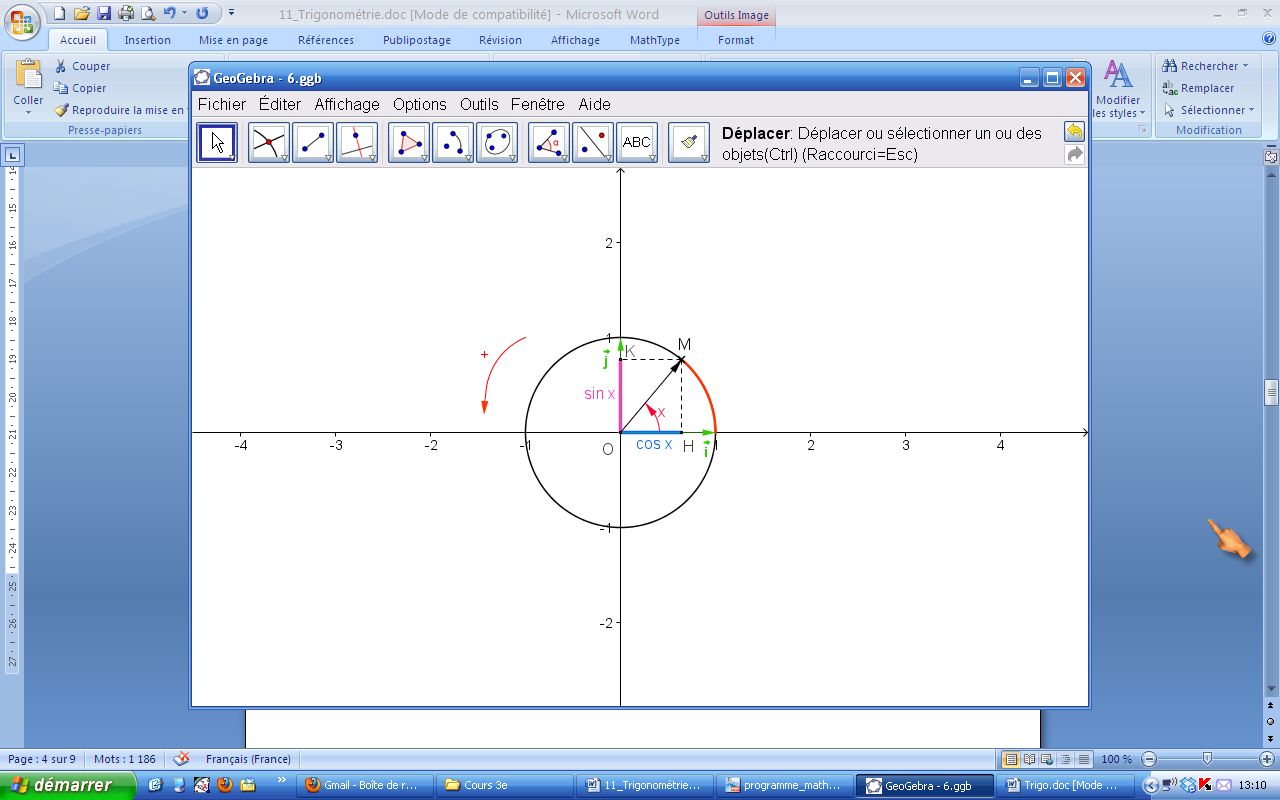
- Le **sinus** de est l’ordonnée de M et on note .



Propriétés :

1. et

Remarque : (sin)2, par exemple, se note sin2.

Démonstrations :

1) Le cercle trigonométrique est de rayon 1 donc :

et .

2) Dans le triangle OHM rectangle en H, le théorème de Pythagore

permet d’établir que :

cos2 + sin2  = OM2 = 1.

2) Valeurs remarquables des fonctions sinus et cosinus :

 **Vidéo :** [**https://youtu.be/ECNX9hnhG9U**](https://youtu.be/ECNX9hnhG9U)

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *x* | 0 |  |  |  |  |  |
|  | 1 |  |  |  | 0 | -1 |
|  | 0 |  |  |  | 1 | 0 |

Une image contenant graphique, diagramme

Description générée automatiquement

Démonstrations au programme :

* Démontrons que : :

 **Vidéo** [**https://youtu.be/b2-EQupZUp8**](https://youtu.be/b2-EQupZUp8)

La mesure radian est à égale à la mesure 45°.

Le triangle OHM est rectangle est isocèle en H, en effet l’angle est égal à :

180 – 90 – 45 = 45°.

Donc HO = HM et donc : .

Or,

Soit :

* Démontrons que et :

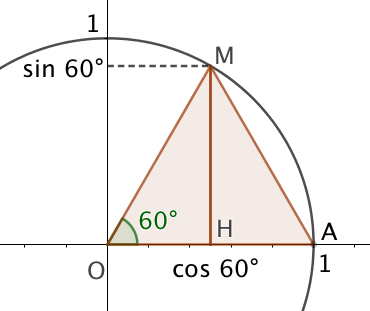
 **Vidéo** [**https://youtu.be/4R1i5Vj72Ls**](https://youtu.be/4R1i5Vj72Ls)

La mesure radian est à égale à la mesure 60°.

Le triangle OMA est isocèle en O, en effet OA = OM.

Donc les angles et sont égaux à : (180 – 60) : 2 = 60°.

Le triangle OMA est donc équilatéral. Ainsi, la hauteur (MH) est également une médiatrice du triangle. Elle coupe donc [OA] en son milieu.

On a donc : .

Or,

Soit :

Méthode : Lire sur le cercle trigonométrique

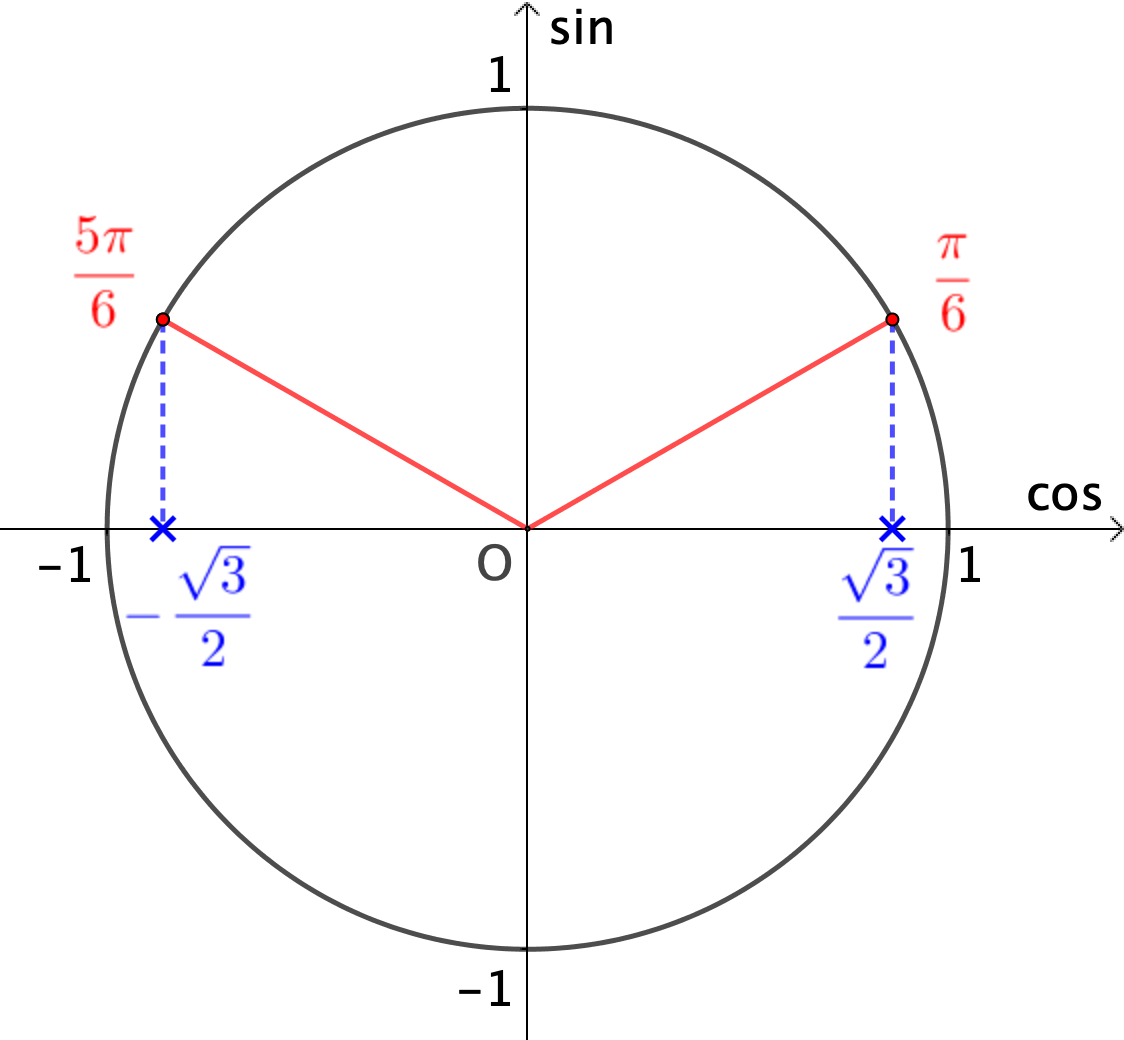
 **Vidéo** [**https://youtu.be/m6tuif8ZpFY**](https://youtu.be/m6tuif8ZpFY)

Déterminer la valeur exacte de : a) b)

**Correction**

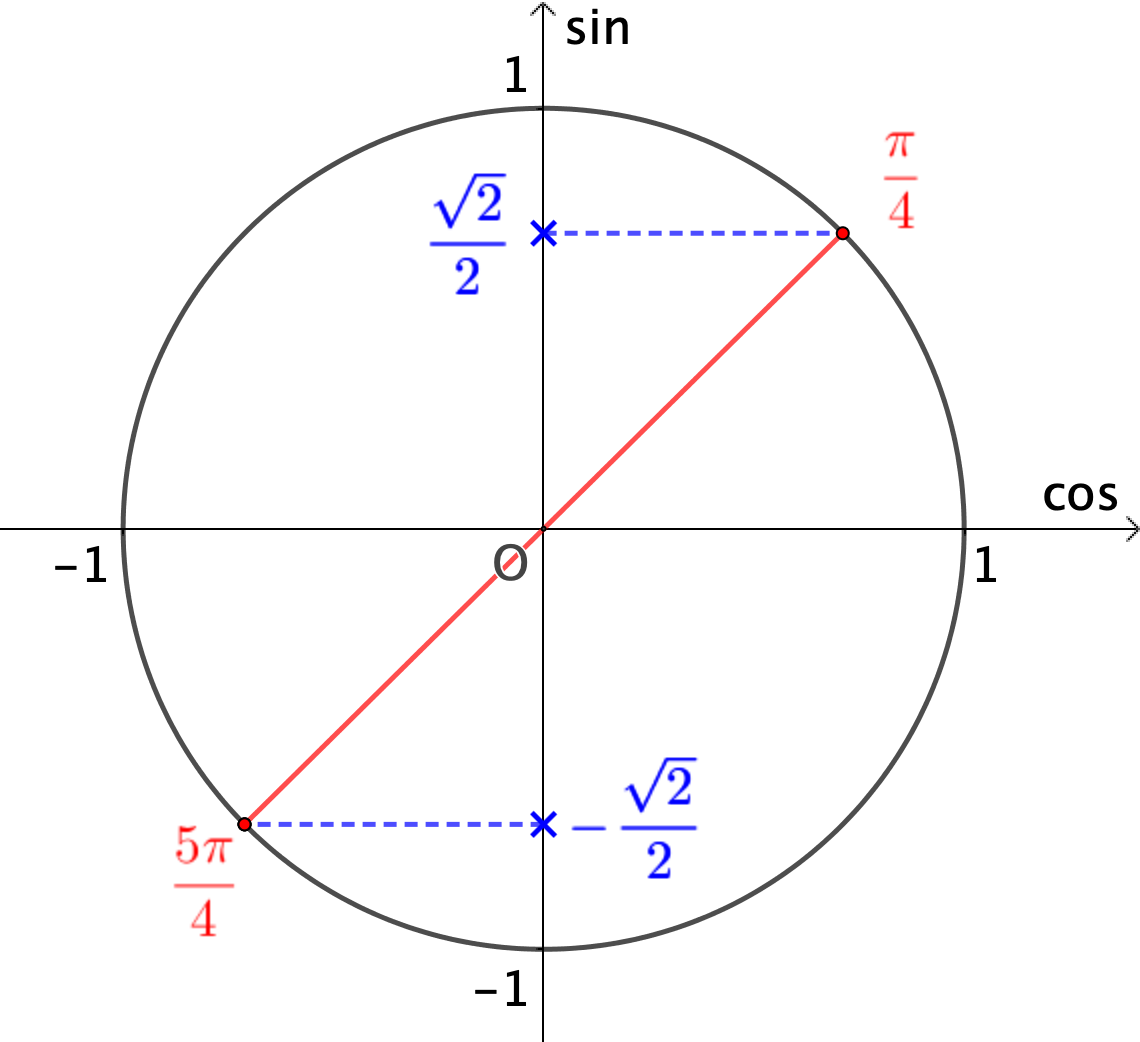
a) On sait que .

Par symétrie par rapport à l’axe des ordonnées, on en déduit que : .



b) On sait que .

Par symétrie par rapport à l’origine O, on en déduit que : .



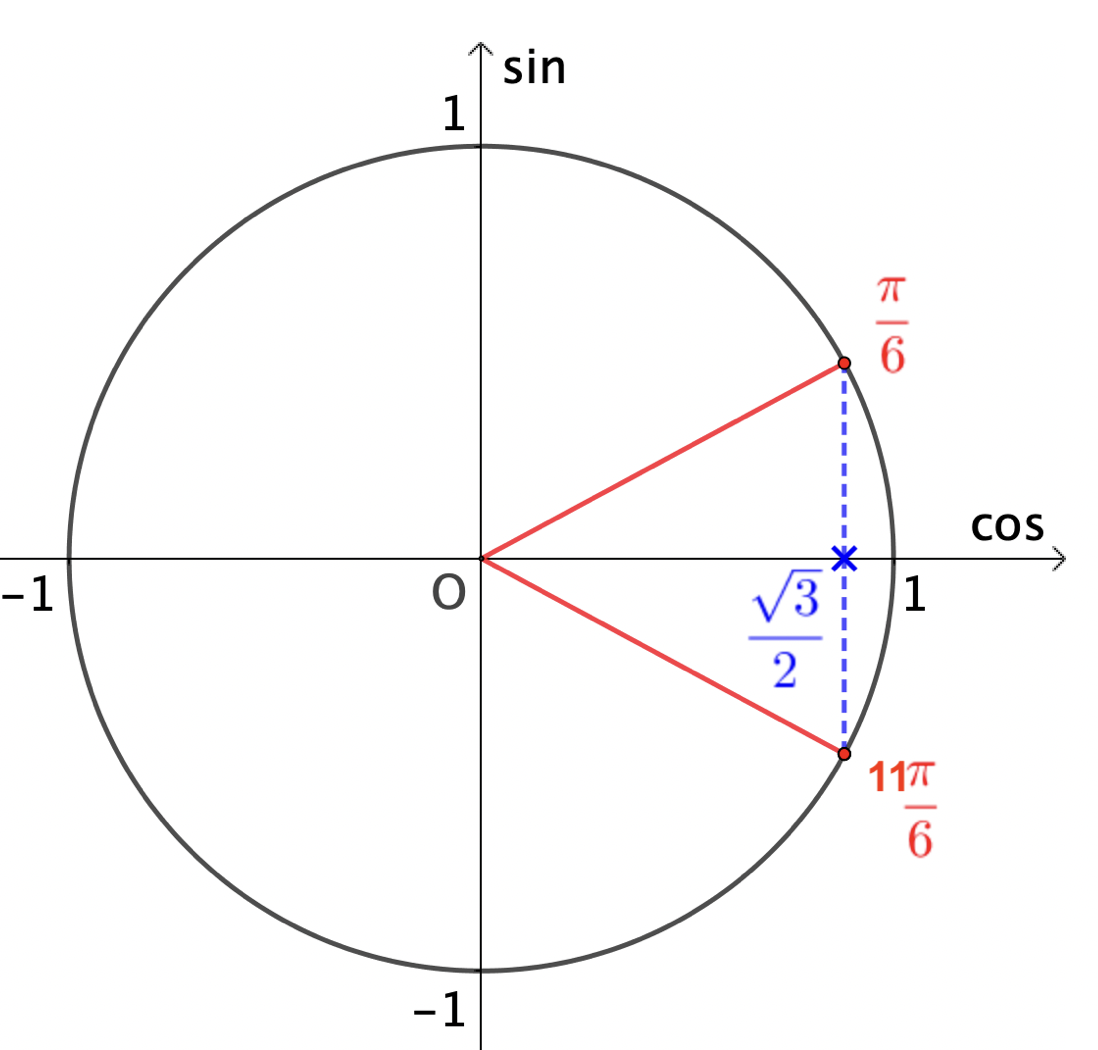
Méthode : Résoudre une équation trigonométrique

 **Vidéo** [**https://youtu.be/NlV2zKJtvc8**](https://youtu.be/NlV2zKJtvc8)

Dans chaque cas, déterminer la ou les valeurs de tels que :

a) , avec

b) , avec .

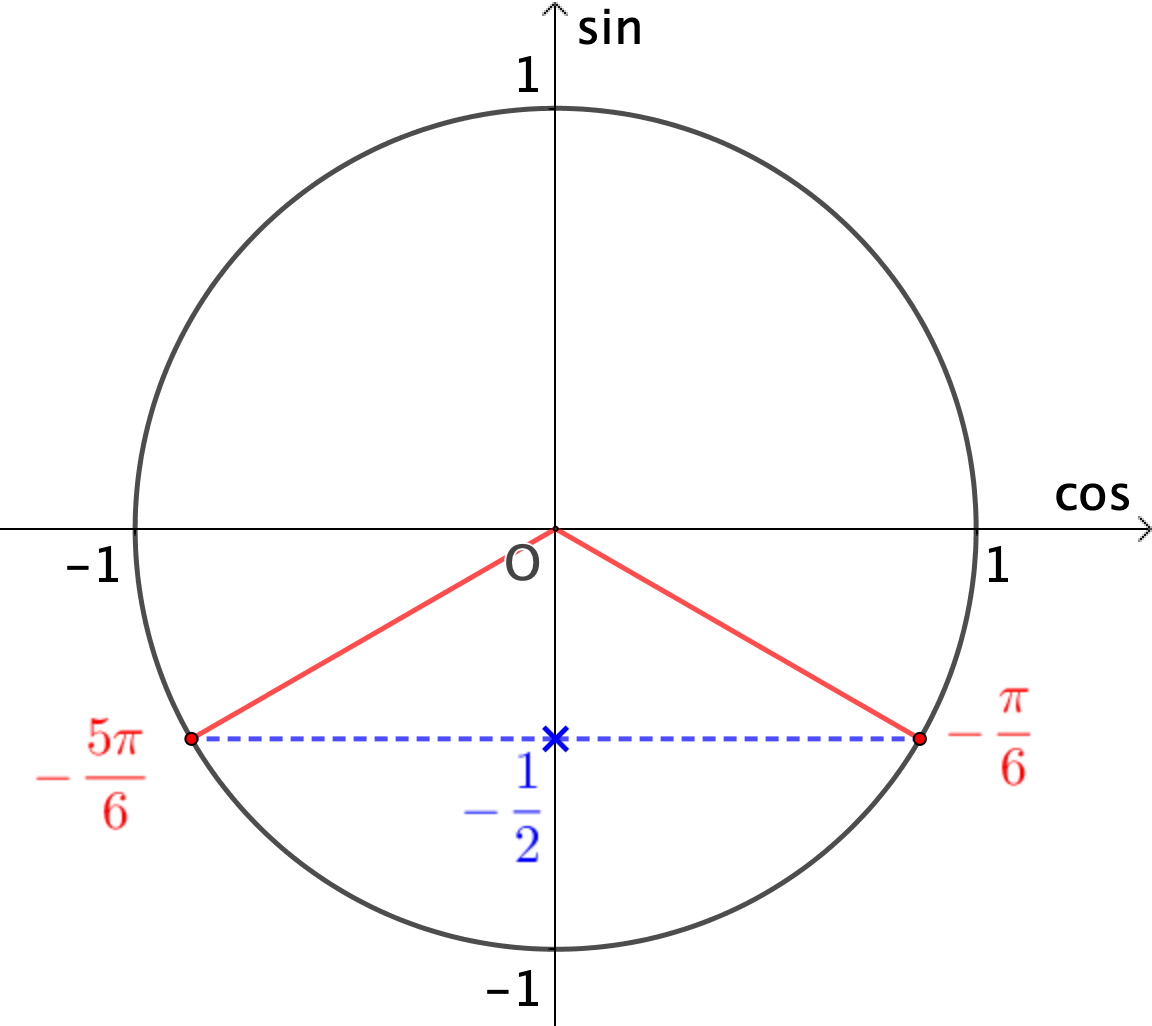


**Correction**

a) et conviennent car appartiennent à l’intervalle .

- On a en effet : .

- Et par symétrie par rapport à l’axe des abscisses, on a :



b) et conviennent car appartiennent à l’intervalle .

- On a en effet : .

Donc, par symétrie par rapport à l’axe des abscisses : .

- Et par symétrie par rapport à l’axe des ordonnées :

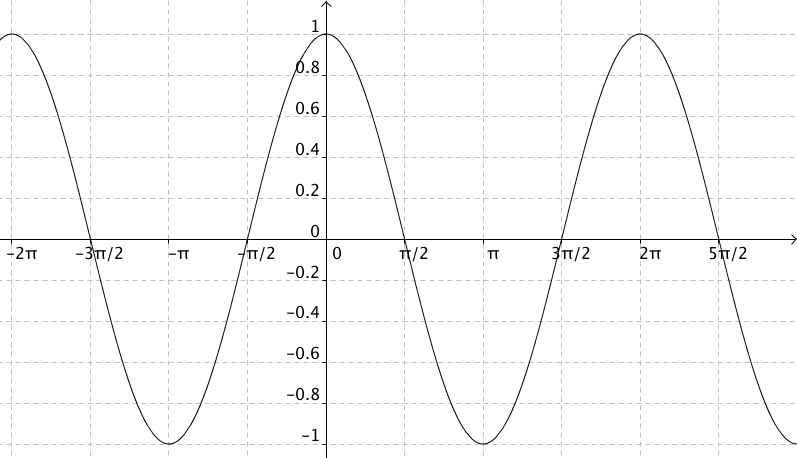
.

**Partie 2 : Fonctions cosinus et sinus**

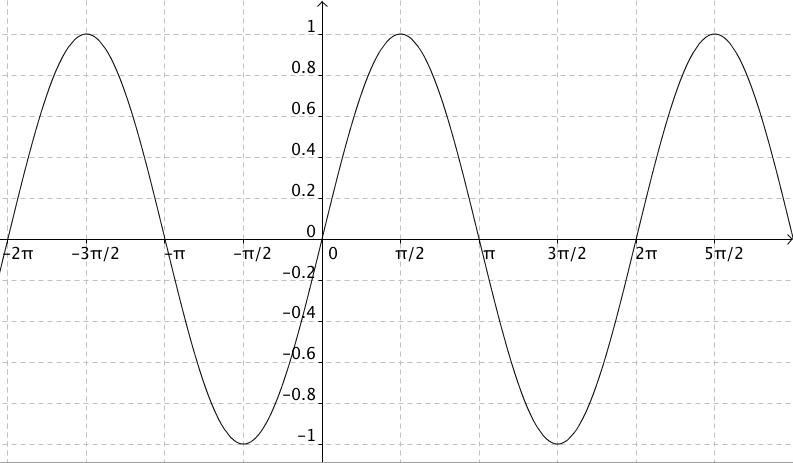
1. Définitions et représentations graphiques

Définitions :

* La **fonction cosinus** est la fonction définie sur qui, à tout réel , associe .
* La **fonction sinus**, est la fonction définie sur qui, à tout réel , associe .



*Fonction cosinus*



*Fonction sinus*

2) Périodicité

Propriétés : 1) où entier relatif.

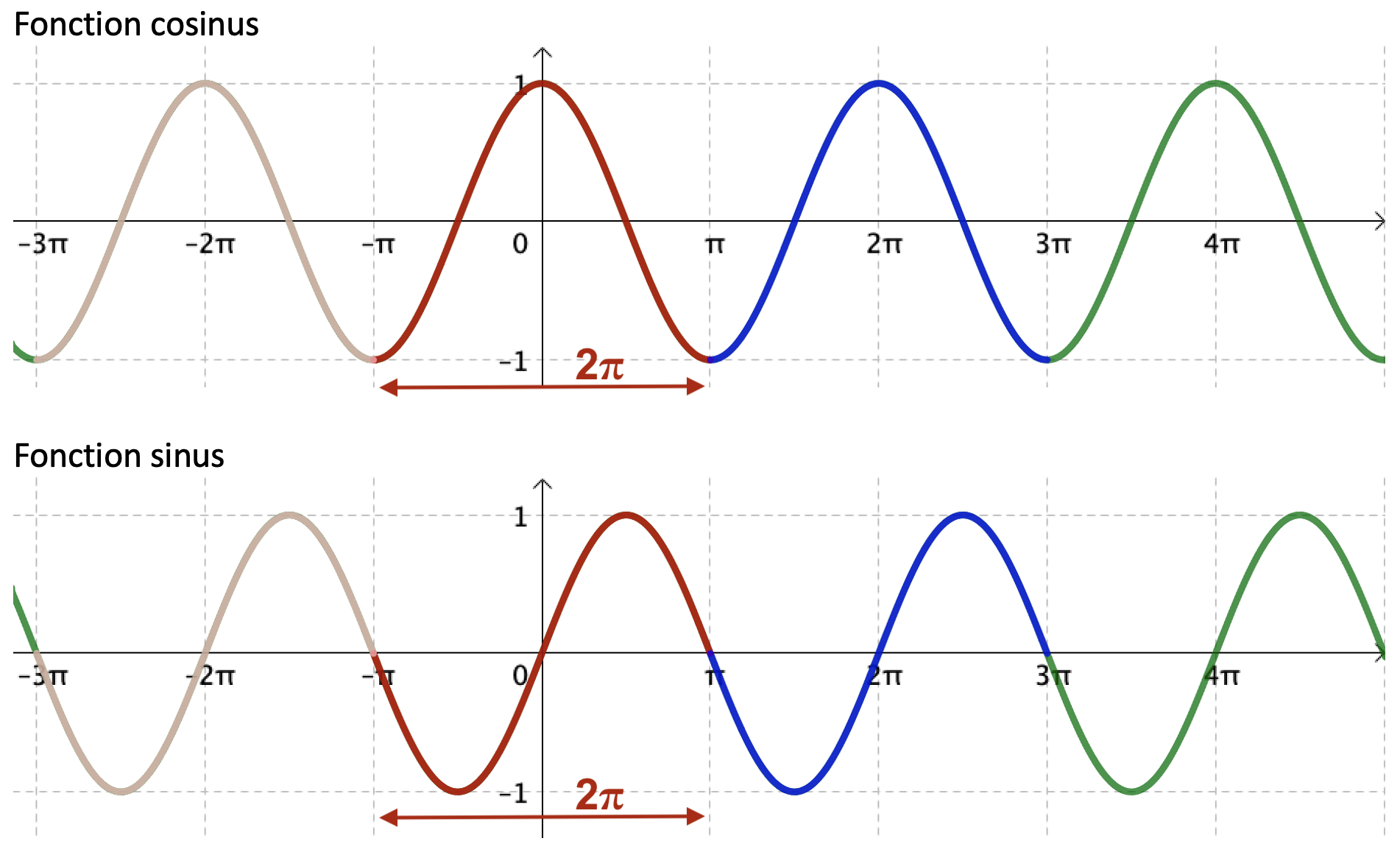
2) où entier relatif.

Démonstration : Aux points de la droite orientée d'abscisses et , on fait correspondre le même point du cercle trigonométrique.

Remarque :

On dit que les fonctions cosinus et sinus sont **périodiques de période** .

Cela signifie qu’on retrouve le même morceau de courbe sur chaque intervalle de longueur 2.



3) Parité

Définitions : - Une fonction dont la courbe est symétrique par rapport à l’axe des ordonnées est une **fonction paire**.

- Une fonction dont la courbe est symétrique par rapport à l’origine du repère est une **fonction impaire**.

Remarques :

- Pour une fonction paire, on a : .

- Pour une fonction impaire, on a : .

Ce sont ces résultats qu’il faudra vérifier pour prouver qu’une fonction est paire ou impaire.

Propriétés :

- La fonction cosinus est paire et on a :

- La fonction sinus est impaire et on a :

Une image contenant diagramme

Description générée automatiquementDémonstration :

Les angles de mesures et sont symétriques par

rapport à l’axe des abscisses donc :

et .

Remarques :

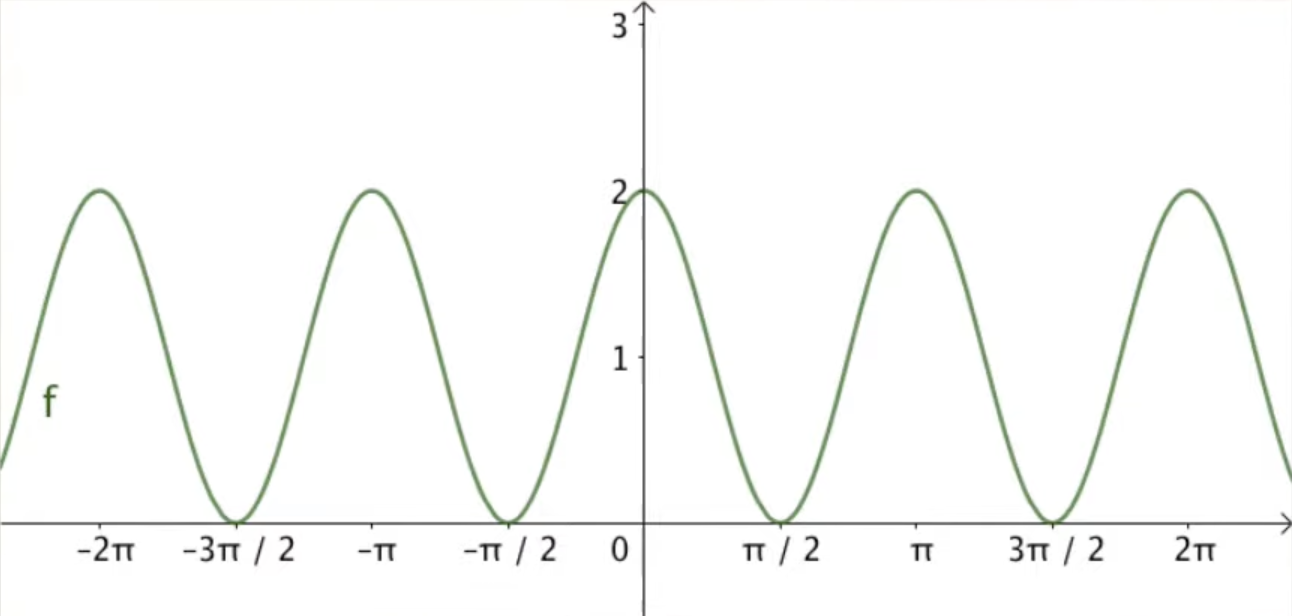
- La courbe de la fonction cosinus est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.

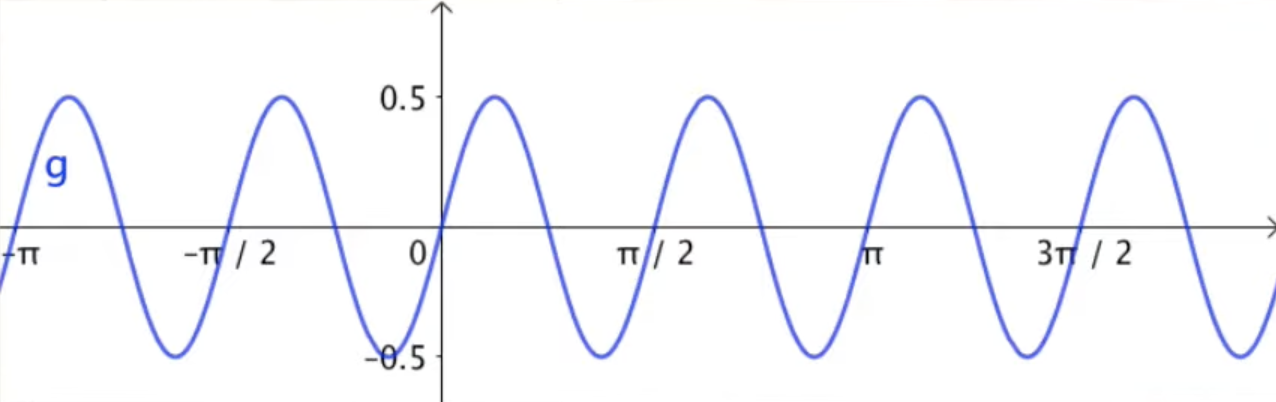
- La courbe de la fonction sinus est symétrique par rapport à l'origine.

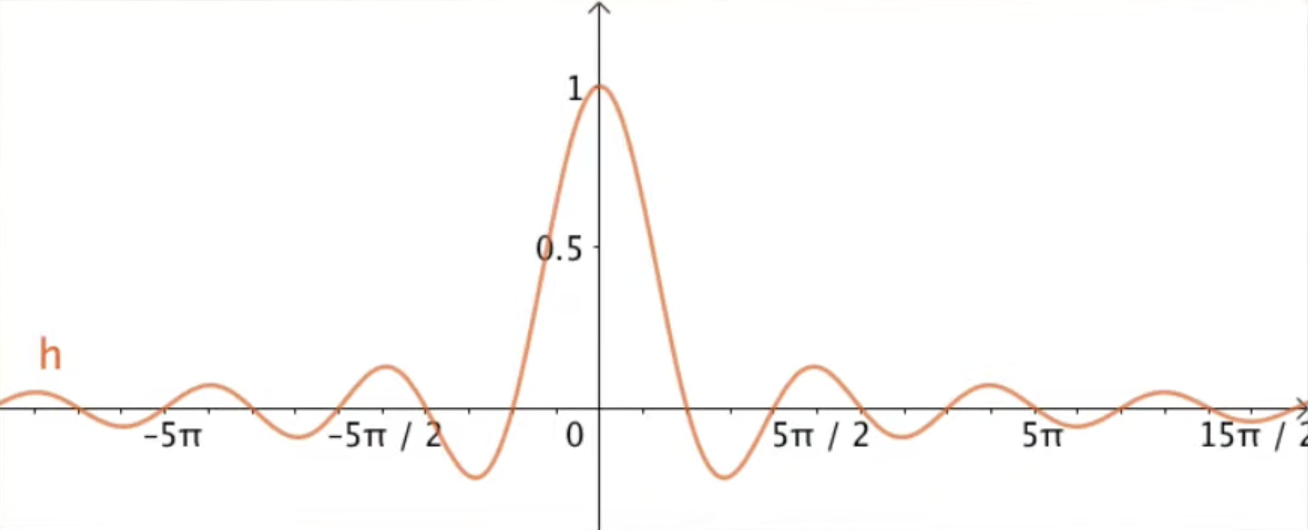
Méthode : Reconnaître graphiquement la parité et la périodicité d’une fonction

 **Vidéo** [**https://youtu.be/RV3Bi06nQOs**](https://youtu.be/RV3Bi06nQOs)

Déterminer graphiquement la parité et la périodicité des fonctions , et représentées ci-dessous :



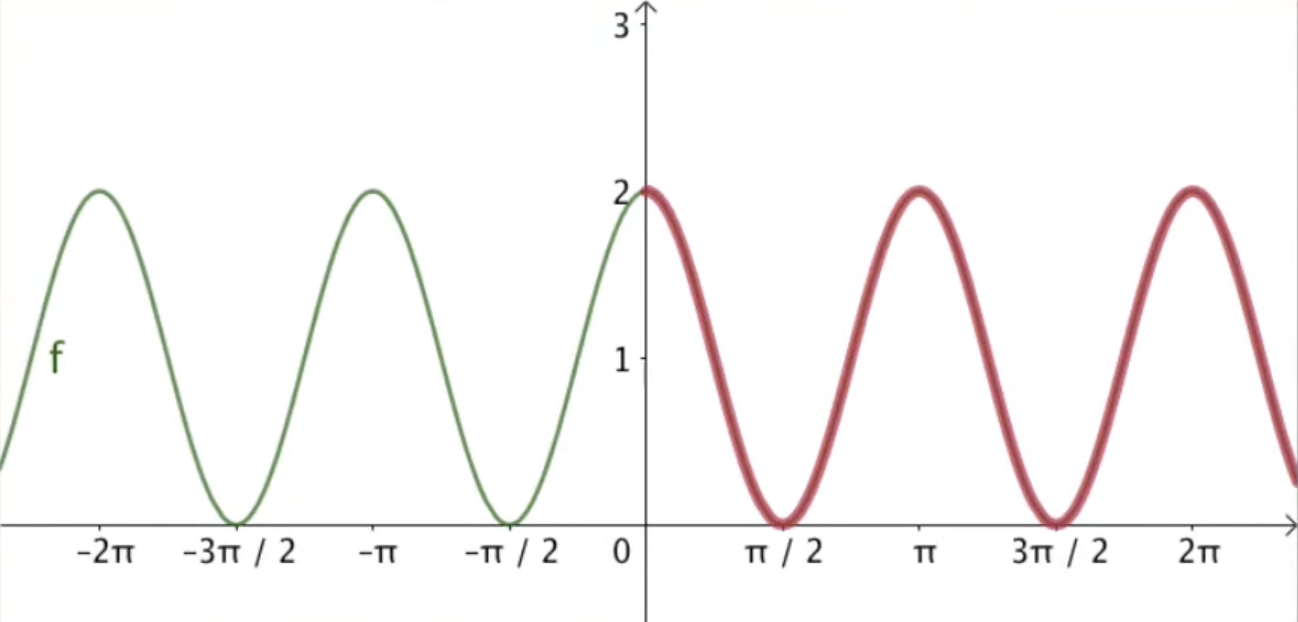




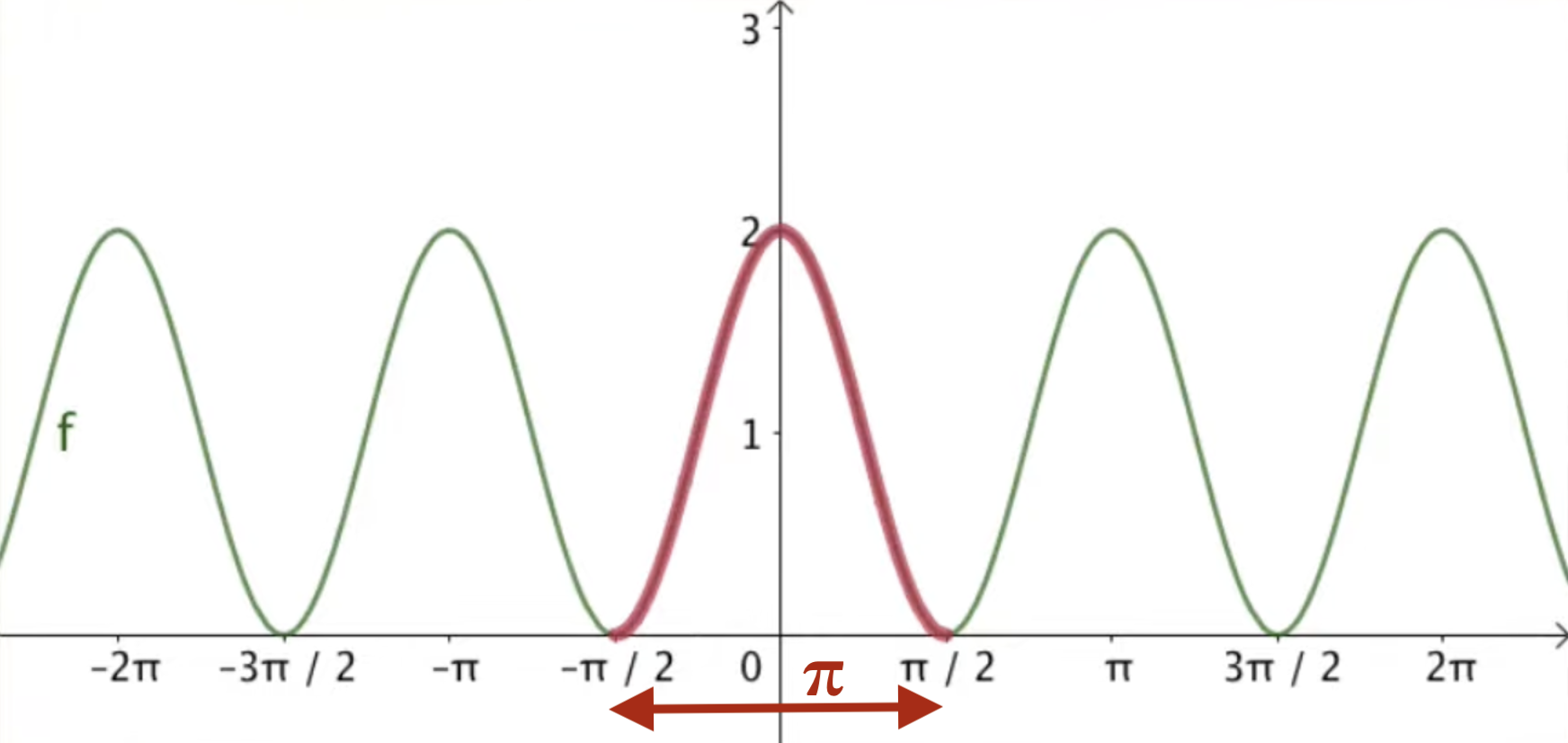
**Correction**

**● FONCTION  :**

- La fonction est paire car sa courbe est symétrique par rapport à l’axe des ordonnées.

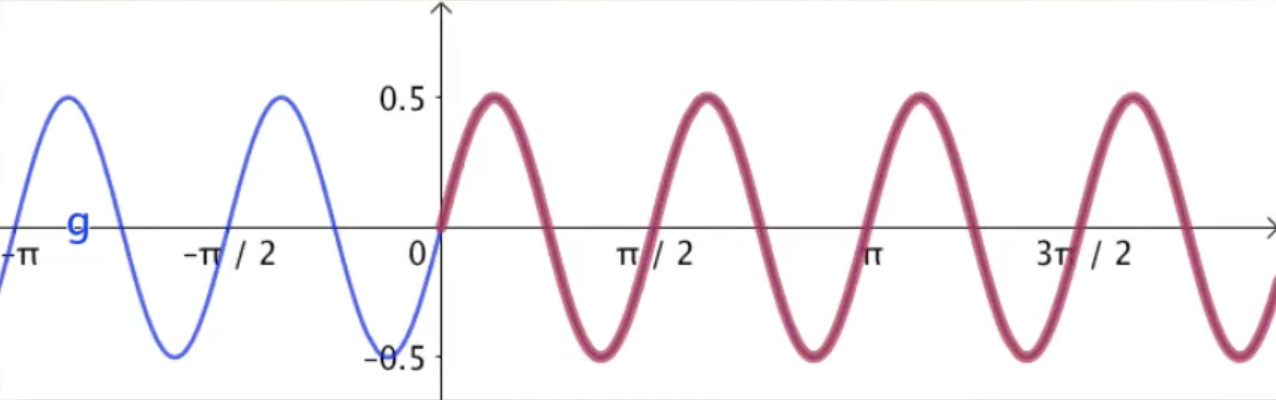


- La fonction est périodique de période car on retrouve le même morceau de courbe sur chaque intervalle de longueur .

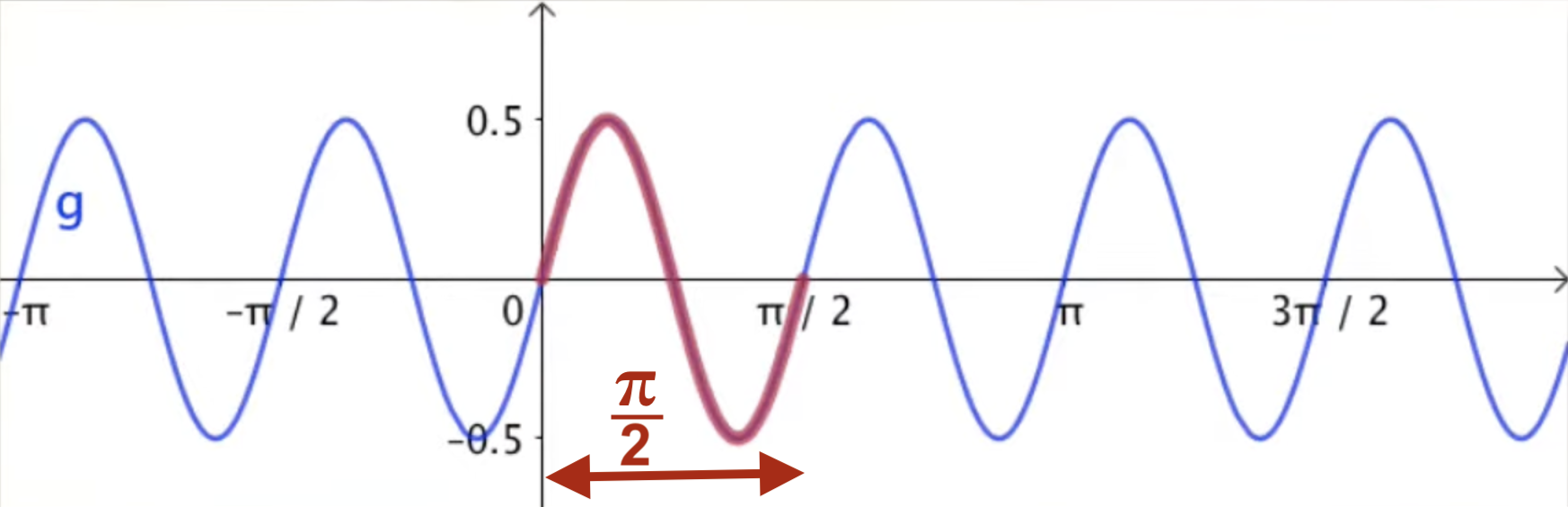


**● FONCTION  :**

- La fonction est impaire car sa courbe est symétrique par rapport à l’origine.

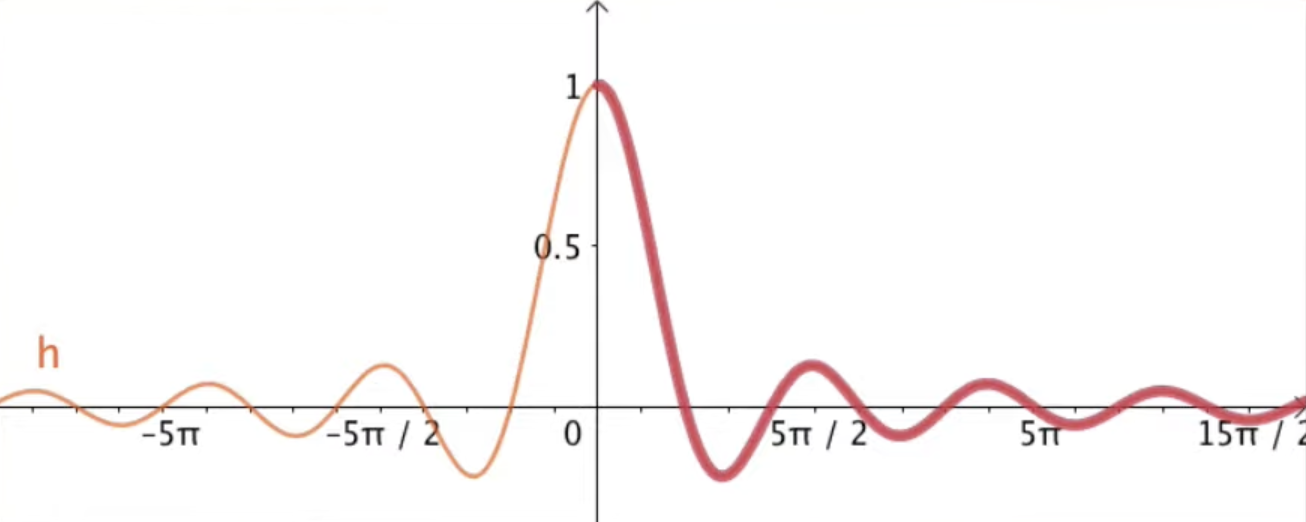


- La fonction est périodique de période car on retrouve le même morceau de courbe sur chaque intervalle de longueur .



**● FONCTION  :**

- La fonction est paire car sa courbe est symétrique par rapport à l’axe des ordonnées.



- La fonction n’est pas périodique, on ne retrouve pas le même morceau de courbe sur différents intervalles.

Méthode : Étudier la parité d'une fonction trigonométrique

 **Vidéo** [**https://youtu.be/hrbgxnCZW\_I**](https://youtu.be/hrbgxnCZW_I)

Démontrer que la fonction définie sur par est impaire.

**Correction**

On a :

.

La fonction est donc impaire.

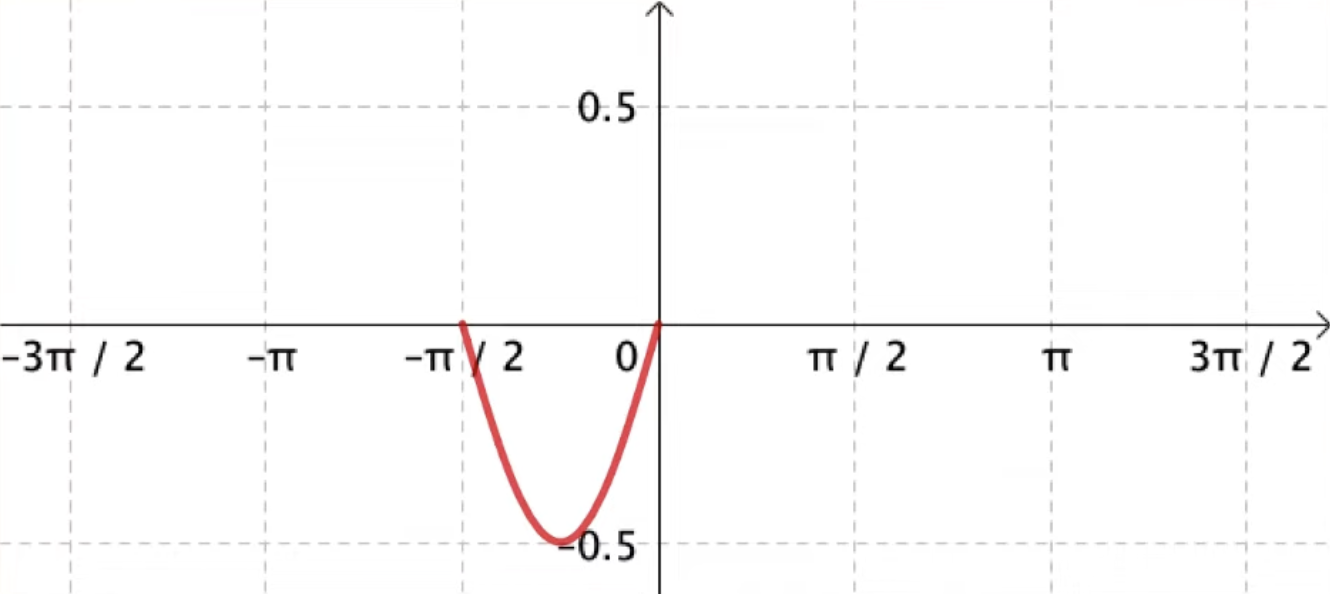
Sa représentation graphique est symétrique par rapport à l'origine du repère.

Méthode : Compléter un graphique par parité et périodicité

**Vidéo** [**https://youtu.be/KbCpqXSvR8M**](https://youtu.be/KbCpqXSvR8M)



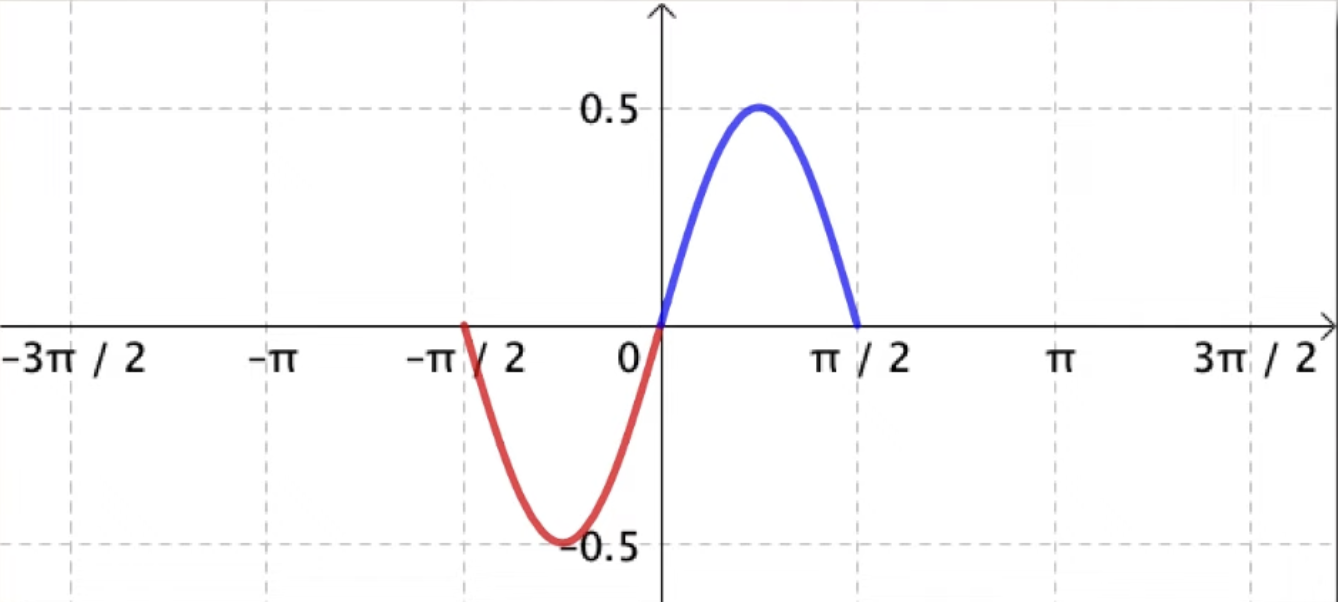
Soit une fonction impaire et périodique de période . Compléter sa représentation graphique sur l'intervalle .



**Correction**

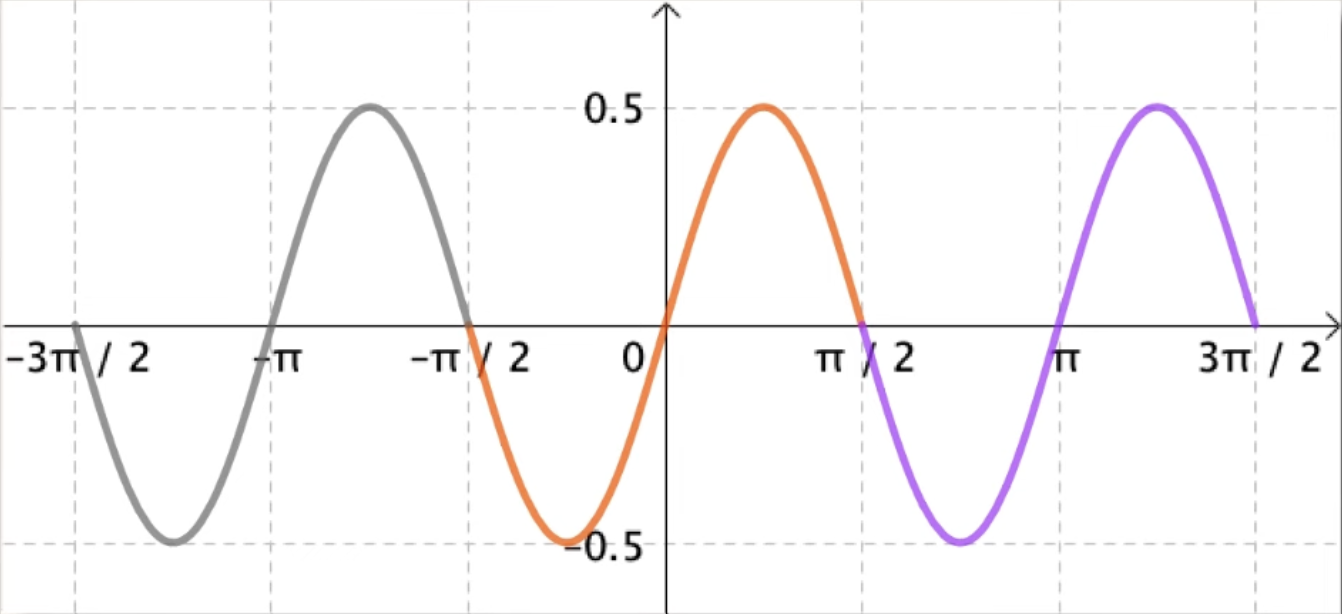
**1ère étape :** La fonction est impaire. Sa courbe représentative est symétrique par rapport à l’origine du repère.

On complète donc par symétrie centrale.



**2e étape :** La fonction est périodique de période On retrouve le même morceau de courbe sur chaque intervalle de longueur .

Le morceau déjà tracé a pour longueur , on le reproduit à gauche et à droite.





Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

[*www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales*](http://www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales)