GÉOMÉTRIE DU TRIANGLE (Partie 1)

➜ *Rappels sur les constructions d'angles : Voir l'exercice 1 à la fin de ce document*

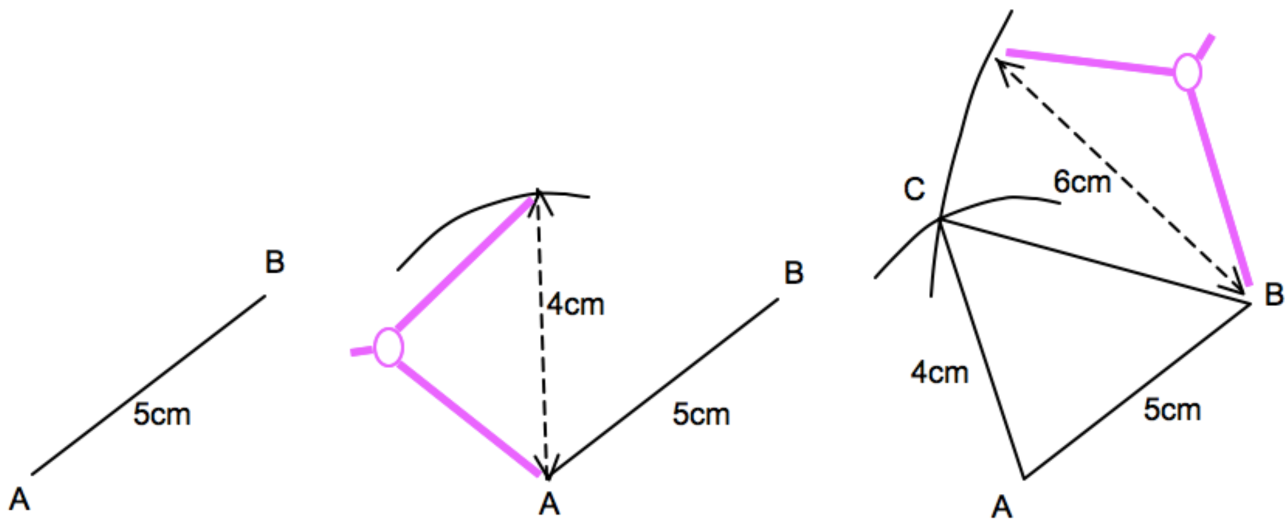
I. Rappels : Constructions de triangles

1) Méthodes de construction

Méthode 1 : On connaît les mesures des trois CÔTÉS

Vidéo https://youtu.be/-7UGauYeTdk

Tracer un triangle ABC tel que : AB = 5 cm, AC = 4 cm et BC = 6 cm.

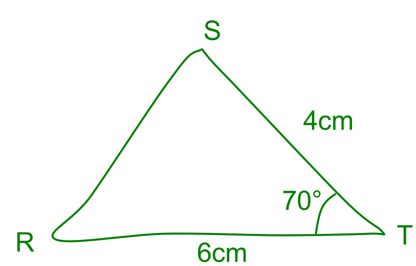


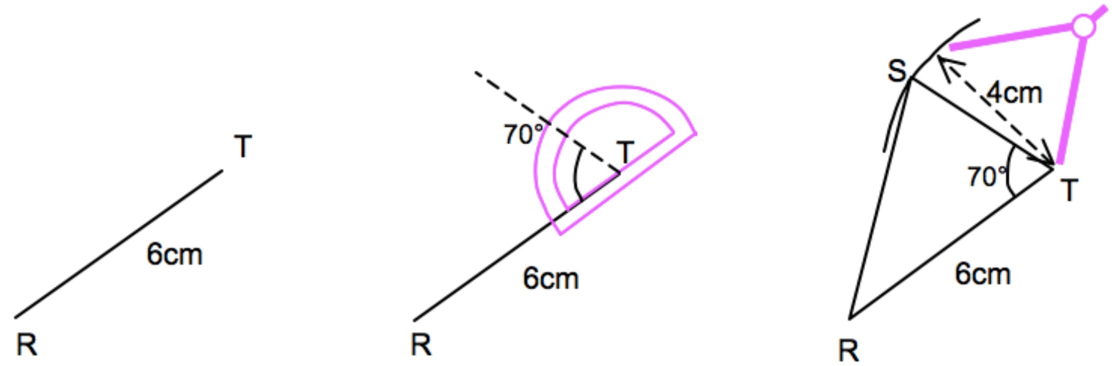
Méthode 2 : On connaît les mesures de DEUX CÔTÉS et de l'ANGLE COMPRIS ENTRE SES CÔTÉS

Vidéo https://youtu.be/6mFBqacFzws

Tracer un triangle RST tel que : RT = 6 cm, ST = 4 cm et $\widehat{RTS}$ = 70°.

On peut commencer par faire une figure à main levée.



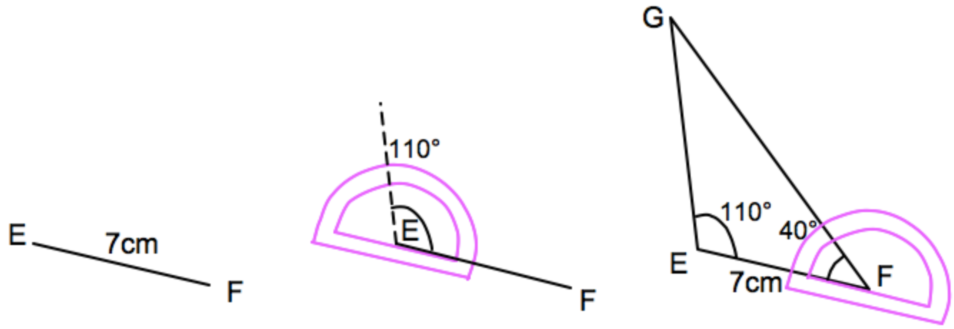


Méthode 3 : On connaît la mesure d'UN CÔTÉ et des DEUX ANGLES QUI LUI SONT ADJACENTS

Vidéo https://youtu.be/tX-vhEtJJzY

Un angle adjacent à un côté « repose » sur ce côté.

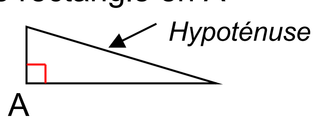
Tracer un triangle EFG tel que : EF = 7 cm, $\widehat{FEG}$ = 110° et $\widehat{EFG}$ = 40°.



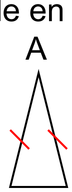
➜ *Voir l'exercice 2 à la fin de ce document*

2) Nature d'un triangle :

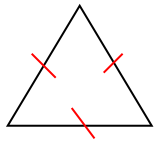
- Triangle rectangle en A



- Triangle isocèle en A *(vient du grec, iso = égal et skelos = jambes)*



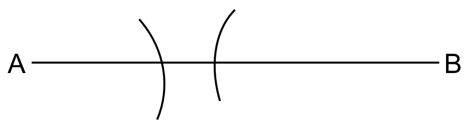
- Triangle équilatéral *(vient du latin, equi = égal et later = côté)*



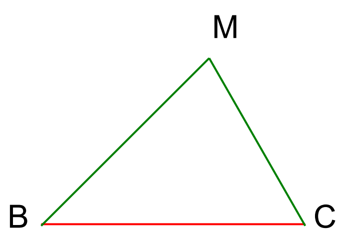
- Triangle quelconque ou scalène *(vient du latin, scalene = boiteux)*

II. Le chemin le plus court est toujours la ligne droite : « l'inégalité triangulaire »

Exemple : Construire le triangle ABC tel que AB = 6 cm, AC = 2,5 cm et BC = 3 cm.



Ce n'est pas possible !!! 6 > 2,5 + 3

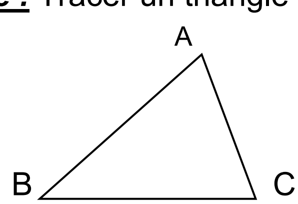


L'INÉGALITÉ TRIANGULAIRE :
BC < BM + MC

Remarque : Que se passe-t-il si M ∈ [BC] ?

BC = BM + MC

Exercice : Tracer un triangle quelconque ABC et écrire 3 inégalités triangulaires.



BC < BA + AC
BA < BC + CA
AC < AB + BC

Propriété : Dans un triangle, la longueur de chaque côté est inférieure à la somme des deux autres.

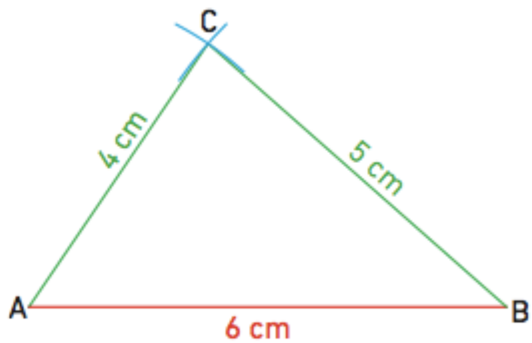
<u>Conséquence :</u>
Pour qu'un triangle soit constructible, il faut que la longueur du plus grand côté soit inférieure à la somme des deux autres.

<u>Méthode :</u> Appliquer l'inégalité triangulaire

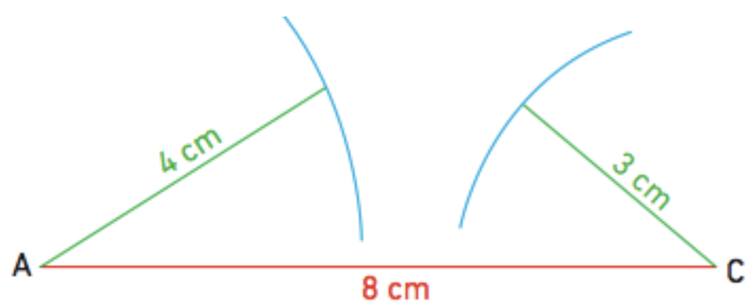
Vidéo https://youtu.be/JPinXSVQGWE
Vidéo https://youtu.be/3DD7kj53jl0
Vidéo https://youtu.be/hwCjjX6R2XM

Dans chaque cas, dire si le triangle ABC est constructible.
a) AB = 6 cm, AC = 4 cm et BC = 5 cm.
b) AB = 4 cm, AC = 8 cm et BC = 3 cm.
c) AB = 2 cm, AC = 3 cm et BC = 5 cm.

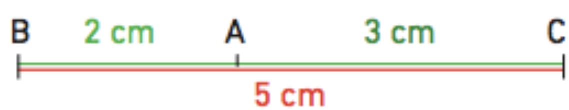
a) La plus grande longueur du triangle est AB = 6 cm.
La somme des deux autres longueurs est : AC + BC = 4 + 5 = 9 cm.
Donc AB < AC + BC.
Comme la plus grande longueur est inférieure à la somme des deux autres, on peut construire le triangle ABC ayant pour côtés ces trois longueurs.



b) La plus grande longueur est AC = 8 cm.
La somme des deux autres longueurs est : AB + BC = 4 + 3 = 7 cm.
Donc AC > AB + BC.
Comme la plus grande longueur est strictement supérieure à la somme des deux autres, on ne peut pas construire le triangle ABC ayant pour côtés ces trois longueurs.



c) La plus grande longueur est BC = 5 cm.
La somme des deux autres est : AB + AC = 2 + 3 = 5 cm.
Donc BC = AB + AC.
Comme la plus grande longueur est égale à la somme des deux autres longueurs, il n'est pas possible de construire un triangle ABC avec ces mesures. Mais on peut placer les points A, B et C, ils sont alignés.



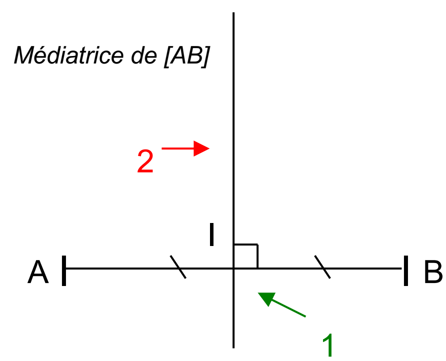
III. Droites remarquables d'un triangle

Vidéo https://youtu.be/NYKW2MHECnQ

1) La médiatrice :

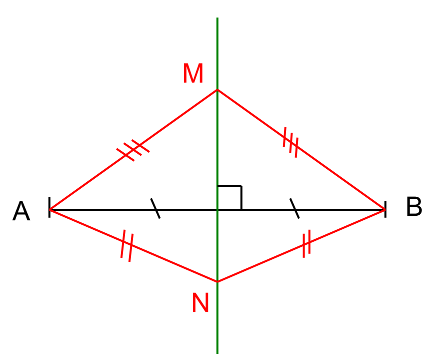
a) Construction :

1 : On place le milieu I du segment [AB]
2 : On trace la perpendiculaire à [AB] passant par I



Définition : La médiatrice d'un segment est la droite qui passe par son milieu et qui lui est perpendiculaire.

b)



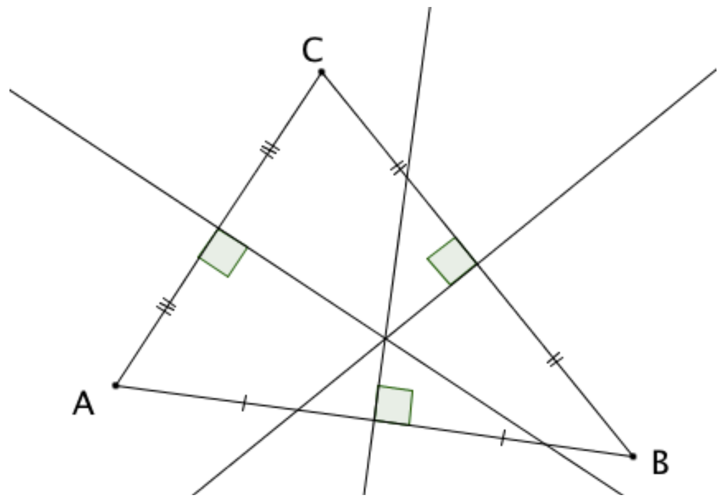
MA = MB et NA = NB

Propriété : Tous les points situés sur la médiatrice de [AB] sont à égale distance de A et de B. On dit qu'ils sont **équidistants** de A et de B.

c) Médiatrice d'un triangle

Une médiatrice d'un triangle est une médiatrice d'un de ses côtés.

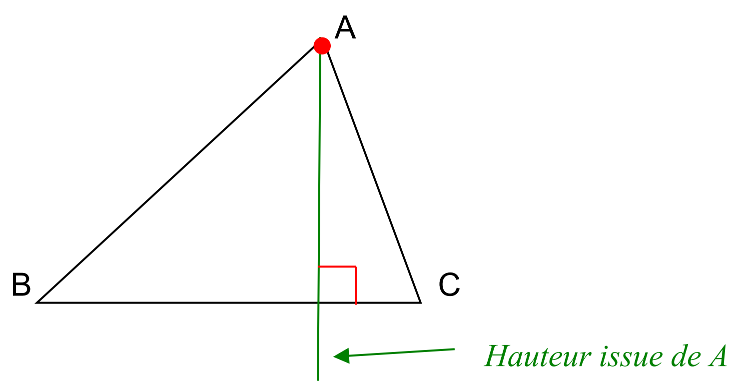
Il existe donc trois médiatrices dans un triangle.



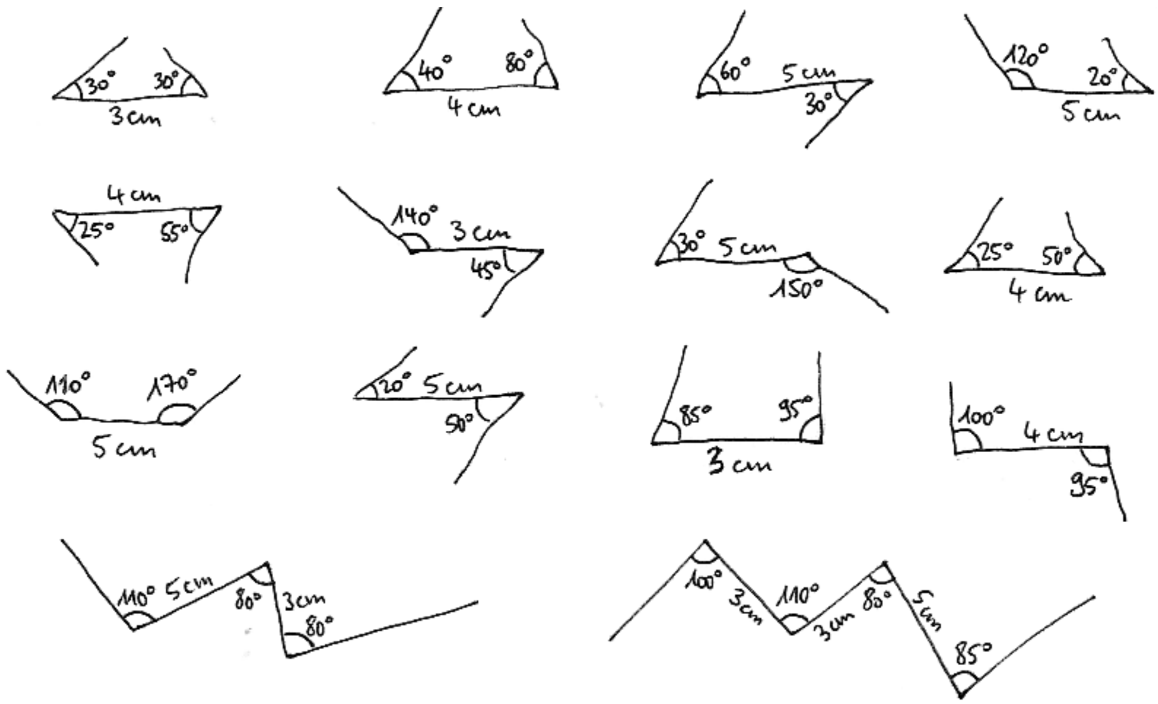
Remarque :
On constate que les médiatrices d'un triangle se croisent en un même point. On dit qu'elles sont concourantes.

2) Hauteurs d'un triangle

Définition : Dans un triangle, une hauteur est une droite qui passe par un sommet et qui est perpendiculaire au côté opposé.



Exercice 1 :
Reproduire les constructions ci-dessous réalisées à main levée :



Exercice 2 :
Même consigne que l'exercice précédent