

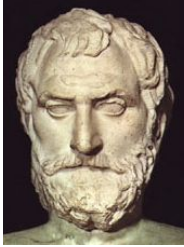


THÉORÈME DE THALÈS

-  Tout le cours sur le théorème de Thalès en vidéo : <https://youtu.be/JpU7X7AhB-A>
 Tout le cours sur la réciproque du théorème de Thalès en vidéo : <https://youtu.be/6d-3GHwKRc>



Thalès serait né autour de 625 avant J.C. à Milet en Asie Mineure (actuelle Turquie). Considéré comme l'un des sept sages de l'Antiquité, il est à la fois mathématicien, ingénieur, philosophe et homme d'Etat mais son domaine de prédilection est l'astronomie. Il aurait prédit avec une grande précision l'éclipse du soleil du 28 mai de l'an - 585. Ce n'est peut-être qu'une légende, Thalès en explique cependant le phénomène. Curieusement, le fameux théorème de Thalès n'a pas été découvert par Thalès. Il était déjà connu avant lui des babyloniens et ne fut démontré qu'après lui par Euclide d'Alexandrie.

TP info : Le théorème de Thalès

http://www.maths-et-tiques.fr/telech/TP_Thales_gg.pdf

I. Le théorème de Thalès dans un triangle

Animation : <http://www.maths-et-tiques.fr/telech/Thales4.ggb>

Exemple d'introduction :

Soit un triangle ABC .

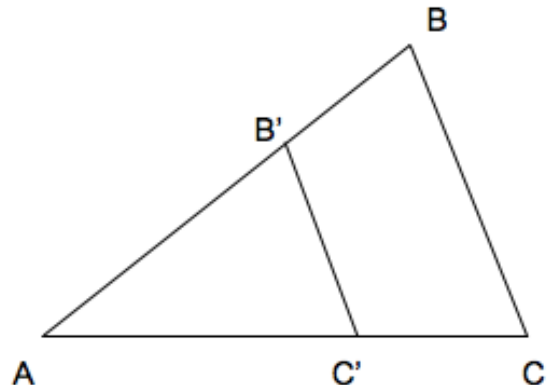
Soit un triangle $AB'C'$ tels que : $B' \in [AB]$
 $C' \in [AC]$
 $(B'C') \parallel (BC)$

Calculons les rapports des côtés des triangles :

$$\frac{AB'}{AB} = \dots ; \frac{AC'}{AC} = \dots ; \frac{B'C'}{BC} = \dots$$

On constate que :

$$\frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC} = \frac{B'C'}{BC}$$



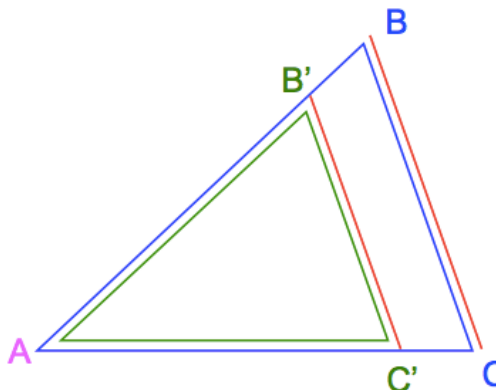
LE THÉORÈME DE THALÈS

Dans un triangle ABC ,

où $B' \in [AB]$ et $C' \in [AC]$

si $(B'C') \parallel (BC)$

alors
$$\frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC} = \frac{B'C'}{BC}$$



Comment retenir le théorème de Thalès ?

ABC et $AB'C'$ sont deux triangles en situation de Thalès. Ils ont un sommet commun A , et deux côtés parallèles ($B'C'$) et (BC).

Un triangle est un « agrandissement » de l'autre. Les deux triangles sont donc semblables et possèdent des côtés deux à deux proportionnels. Soit :

$$\frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC} = \frac{B'C'}{BC}$$

↑ 1ers côtés
 ↑ 2èmes côtés
 ↑ 3èmes côtés

← Le petit triangle $AB'C'$
 ← Le grand triangle ABC

Savoir utiliser : http://www.maths-et-tiques.fr/telech/thales_ecrire.pdf

Méthode : Calculer une longueur à l'aide du théorème de Thalès dans un triangle

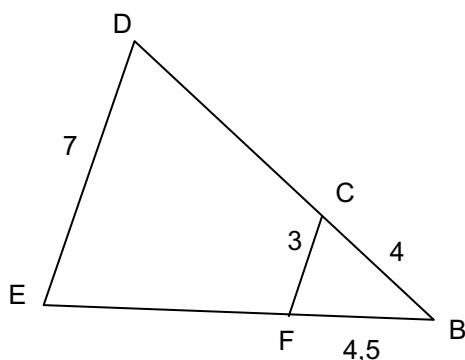
▶ Vidéo <https://youtu.be/zP16D2Zrv1A>

▶ Vidéo <https://youtu.be/RnN4UtfUkl8>

Sur la figure ci-dessous, (CF) et (DE) sont parallèles.

Calculer les longueurs BD et EF .

Donner la valeur exacte et éventuellement un arrondi au dixième de cm.



Les triangles BCF et BDE sont en situation de Thalès car $(CF) \parallel (DE)$, donc :

$$\frac{BC}{BD} = \frac{BF}{BE} = \frac{CF}{DE}$$

$$\frac{4}{BD} = \frac{4,5}{BE} = \frac{3}{7}$$

Donc $BD = 4 \times 7 : 3 = \frac{28}{3}$ (Valeur exacte)
 $\approx 9,3$ (Valeur approchée)

et $BE = 4,5 \times 7 : 3 = 10,5$ donc $EF = 10,5 - 4,5 = 6$.

Activités de groupe : Le paradoxe de Lewis Carroll

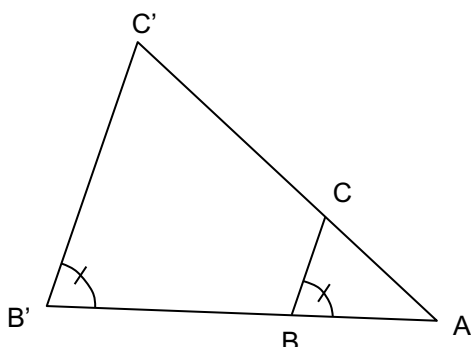
http://www.maths-et-tiques.fr/telech/L_CARROLL.pdf

Des hauteurs inaccessibles

http://www.maths-et-tiques.fr/telech/haut_inacc.pdf

<http://www.maths-et-tiques.fr/index.php/expositions-deleves/hauteurs-inaccessibles>

II. Agrandissement et réduction



Le triangle $AB'C'$ est un agrandissement du triangle ABC .
 Pour obtenir le triangle $AB'C'$, toutes les longueurs du triangle ABC sont multipliées par un même nombre k appelé le **facteur d'agrandissement**.

On a ainsi : $AB' = k \times AB$
 $AC' = k \times AC$
 $B'C' = k \times BC$

On retrouve la formule de Thalès :

$$k = \frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC} = \frac{B'C'}{BC}$$

En effet, les longueurs des côtés du triangle $AB'C'$ sont proportionnelles aux longueurs des côtés du triangle ABC .

Propriété :

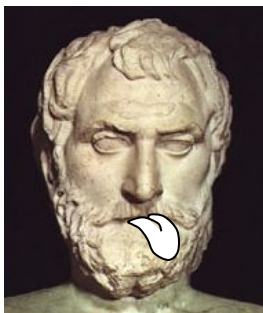
Les mesures des angles sont conservées par agrandissement ou réduction.

Par exemple : $\widehat{ABC} = \widehat{AB'C'}$

III. La réciproque du théorème de Thalès

Animation : <http://www.maths-et-tiques.fr/telech/RThales.ggb>

LA RÉCIPROQUE DU THÉORÈME DE THALÈS

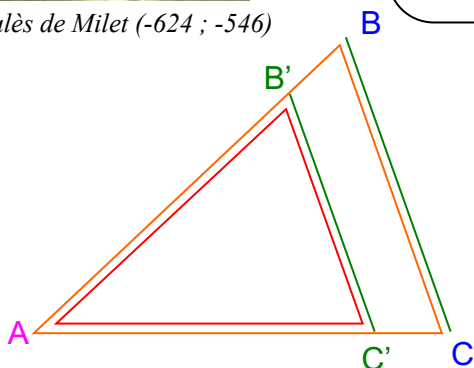


Thalès de Milet (-624 ; -546)

Si les points A, B et B' sont alignés dans le même ordre que les points A, C et C'

$$\text{et } \frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC}$$

alors $(BC) \parallel (B'C')$

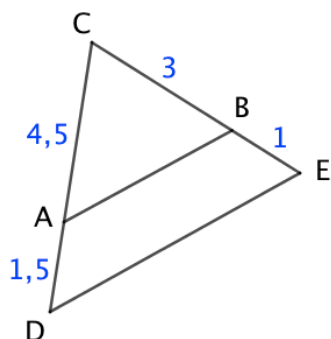


Méthode : Démontrer que deux droites sont parallèles

▶ Vidéo <https://youtu.be/U9XX5w8FeOI>

▶ Vidéo <https://youtu.be/-hb1F24Qsrl>

On considère la figure suivante :



Les droites (AB) et (DE) sont-elles parallèles ?

D'une part : $\frac{CB}{CE} = \frac{3}{4}$

D'autre part : $\frac{CA}{CD} = \frac{4,5}{6} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$

$$\text{Donc : } \frac{CB}{CE} = \frac{CA}{CD}$$

De plus les points C , B et E sont alignés dans le même ordre que les points C , A et D .
D'après la réciproque du théorème de Thalès, on peut conclure que les droites (AB) et (DE) sont parallèles.



Aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

Voir le contrat : http://ymonka.free.fr/copyright_mt.htm