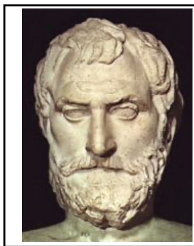
LE THÉORÈME DE THALÈS

Tout le cours sur le théorème de Thalès en vidéo : https://youtu.be/JpU7X7AhB-A

Tout le cours sur la réciproque du théorème de Thalès en vidéo : https://youtu.be/_6d-3GHwKRc



Thalès serait né autour de 625 avant J.C. à Milet en Asie Mineure (actuelle Turquie). Considéré comme l'un des sept sages de l'Antiquité, il est à la fois mathématicien, ingénieur, philosophe et homme d'Etat mais son domaine de prédilection est l'astronomie.
Il aurait prédit avec une grande précision l'éclipse du soleil du 28 mai de l'an - 585. Ce n'est peut-être qu'une légende, Thalès en explique cependant le phénomène.
Curieusement, le fameux théorème de Thalès n'a pas été découvert par Thalès. Il était déjà connu avant lui des babyloniens et ne fut démontré qu'après lui par Euclide d'Alexandrie.

TP info : Le théorème de Thalès
http://www.maths-et-tiques.fr/telech/TP_Thales_gg.pdf

Partie 1 : Le théorème de Thalès

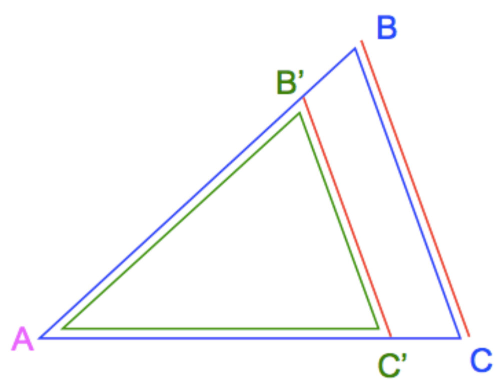
Animation : *http://www.maths-et-tiques.fr/telech/Thales4.ggb*

LE THÉORÈME DE THALÈS

Soit deux triangles ABC et $AB'C'$, tels que :
A, B, B' et A, C, C' sont alignés.

Si $(B'C')//(BC)$

alors : $\dfrac{AB'}{AB} = \dfrac{AC'}{AC} = \dfrac{B'C'}{BC}$



Comment retenir le théorème de Thalès ?

ABC et $AB'C'$ sont deux triangles en situation de Thalès : ils ont un sommet commun A, et deux côtés parallèles $(B'C')$ et (BC).
On obtient la formule de Thalès :

$$\frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC} = \frac{B'C'}{BC}$$

← Le petit triangle $AB'C'$
← Le grand triangle ABC

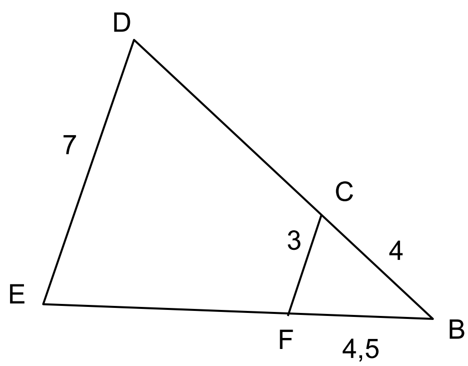
↑ 1ers côtés ↑ 2èmes côtés ↑ 3èmes côtés

Savoir utiliser : http://www.maths-et-tiques.fr/telech/thales_ecrire.pdf

Méthode : Calculer une longueur à l'aide du théorème de Thalès

Vidéo **https://youtu.be/zP16D2Zrv1A**
Vidéo **https://youtu.be/RnN4UtfUkI8**
Vidéo **https://youtu.be/hmJQNkpi0gI**

Sur la figure, les triangles BCF et BDE sont tels que (CF) et (DE) sont parallèles.
Calculer : a) BE b) BD
Donner la valeur exacte et éventuellement l'arrondi au dixième.



Correction

a) Les triangles BCF et BDE sont en situation de Thalès car (CF) // (DE), donc :

$$\frac{BC}{BD}=\frac{BF}{BE}=\frac{CF}{DE}$$

$$\frac{4}{BD}=\boxed{\frac{4,5}{BE}=\frac{3}{7}}$$

$$\frac{4,5}{BE}=\frac{3}{7}$$

Soit : $BE = {\color{red}4,5 \times 7} {\color{green}: 3} = 10,5$

2) On a : $\boxed{\frac{4}{BD}}=\frac{4,5}{BE}=\boxed{\frac{3}{7}}$

$$\frac{4}{BD}=\frac{3}{7}$$

Soit : $BD = 4 \times 7 : 3 = \frac{28}{3}$ (Valeur exacte)

$\approx 9,3$ (Valeur arrondie)

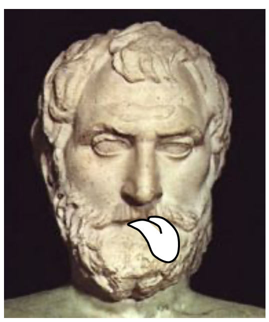
Activités de groupe : Le paradoxe de Lewis Carroll
http://www.maths-et-tiques.fr/telech/L_CARROLL.pdf

Des hauteurs inaccessibles
http://www.maths-et-tiques.fr/telech/haut_inacc.pdf
http://www.maths-et-tiques.fr/index.php/expositions-deleves/hauteurs-inaccessibles

Partie 2 : La réciproque du théorème de Thalès

Animation : *http://www.maths-et-tiques.fr/telech/RThales.ggb*

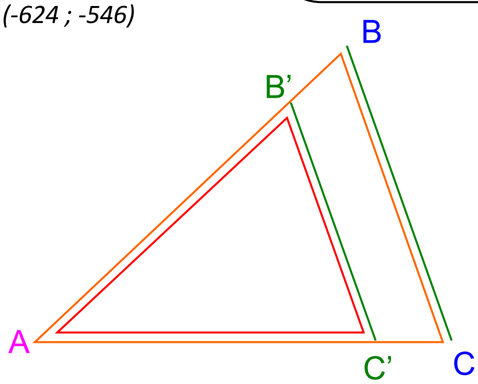
LA RÉCIPROQUE DU THÉORÈME DE THALÈS



Thalès de Milet (-624 ; -546)

Si les points A, B, B' sont alignés dans le même ordre que les points A, C, C' et $\frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC}$

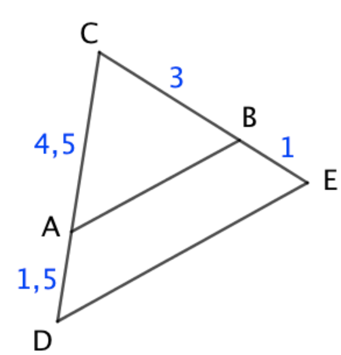
alors $(B'C')//(BC)$



Méthode : Démontrer que deux droites sont parallèles

Vidéo https://youtu.be/U9XX5w8FeOI
Vidéo https://youtu.be/-hb1F24QsrI

Les droites (AB) et (DE) sont-elles parallèles ?



Correction

● D'une part : $\frac{CB}{CE} = \frac{3}{3+1} = \frac{3}{4} = 0{,}75$

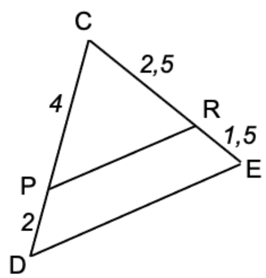
● D'autre part : $\frac{CA}{CD} = \frac{4{,}5}{4{,}5+1{,}5} = \frac{4{,}5}{6} = 0{,}75$

Donc : $\frac{CB}{CE} = \frac{CA}{CD}$

De plus, les points C, A, D sont alignés dans le même ordre que les points C, B, E.
D'après la réciproque du théorème de Thalès, on peut conclure que les droites (AB) et (DE) sont parallèles.

Méthode : Démontrer que deux droites ne sont pas parallèles

Vidéo https://youtu.be/ovlhagzONlw



Les droites (PR) et (DE) sont-elles parallèles ?

Correction

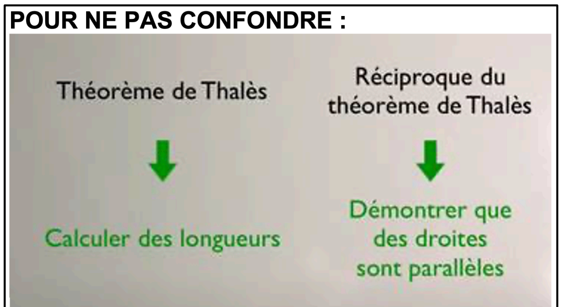
● D'une part : $\frac{CP}{CD} = \frac{4}{6} \approx 0{,}67$

● D'autre part : $\frac{CR}{CE} = \frac{2{,}5}{4} = 0{,}625$

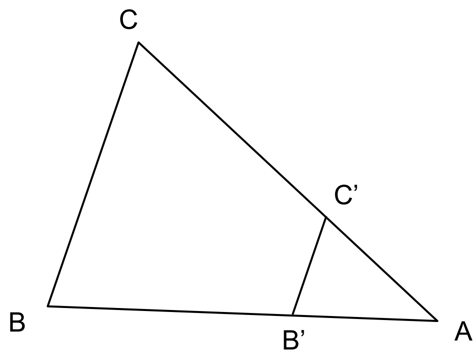
Donc : $\frac{CP}{CD} \neq \frac{CR}{CE}$

On ne peut pas utiliser la réciproque du théorème de Thalès.
Les droites (PR) et (DE) ne sont pas parallèles.

POUR NE PAS CONFONDRE :



Partie 3 : Agrandissement et réduction



Le triangle $AB'C'$ est une réduction du triangle ABC.
Les longueurs du triangle ABC sont multipliées par un même nombre k appelé le **coefficient de réduction**.
On a ainsi :

$AB' = k \times AB$ $\qquad$ $AC' = k \times AC$ $\qquad$ $B'C' = k \times BC$

$k = \dfrac{AB'}{AB}$ $\qquad$ $k = \dfrac{AC'}{AC}$ $\qquad$ $k = \dfrac{B'C'}{BC}$

On retrouve la formule de Thalès :

$$k = \frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC} = \frac{B'C'}{BC}$$

En effet, les longueurs des côtés du triangle $AB'C'$ sont proportionnelles aux longueurs des côtés du triangle ABC.

➤ **Complément sur « Agrandissement et réduction » dans le chapitre ESPACE 2.**