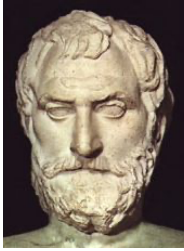


THÉORÈME DE THALÈS

▶ Tout le cours en vidéo : <https://youtu.be/puuHhlf0jAQ>



Thalès serait né autour de 625 avant J.C. à Milet en Asie Mineure (actuelle Turquie). Considéré comme l'un des sept sages de l'Antiquité, il est à la fois mathématicien, ingénieur, philosophe et homme d'Etat mais son domaine de prédilection est l'astronomie. Il aurait prédit avec une grande précision l'éclipse du soleil du 28 mai de l'an - 585. Ce n'est peut-être qu'une légende, Thalès en explique cependant le phénomène. Curieusement, le fameux théorème de Thalès n'a pas été découvert par Thalès. Il était déjà connu avant lui des babyloniens et ne fut démontré qu'après lui par Euclide d'Alexandrie.

I. Rappel : Le théorème de Thalès « version triangles emboîtés »

Animation : <http://www.maths-et-tiques.fr/telech/Thales4.ggb>

LE THÉORÈME DE THALÈS

Dans un triangle ABC,
où $B' \in [AB]$ et $C' \in [AC]$

si $(B'C') \parallel (BC)$

alors $\frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC} = \frac{B'C'}{BC}$

Comment retenir le théorème de Thalès ?

ABC et $AB'C'$ sont deux triangles en situation de Thalès ; ils ont un sommet commun A , et deux côtés parallèles $(B'C')$ et (BC) .

Un triangle est un « agrandissement » de l'autre. On dit que les deux triangles sont semblables. Ils ont donc des côtés deux à deux proportionnels.

$$\frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC} = \frac{B'C'}{BC}$$

↑ 1ers côtés
 ↑ 2èmes côtés
 ↑ 3èmes côtés

← Le petit triangle $AB'C'$
 ← Le grand triangle ABC

Savoir utiliser : http://www.maths-et-tiques.fr/telech/thales_ecrire.pdf

II. Le théorème de Thalès « version papillon »

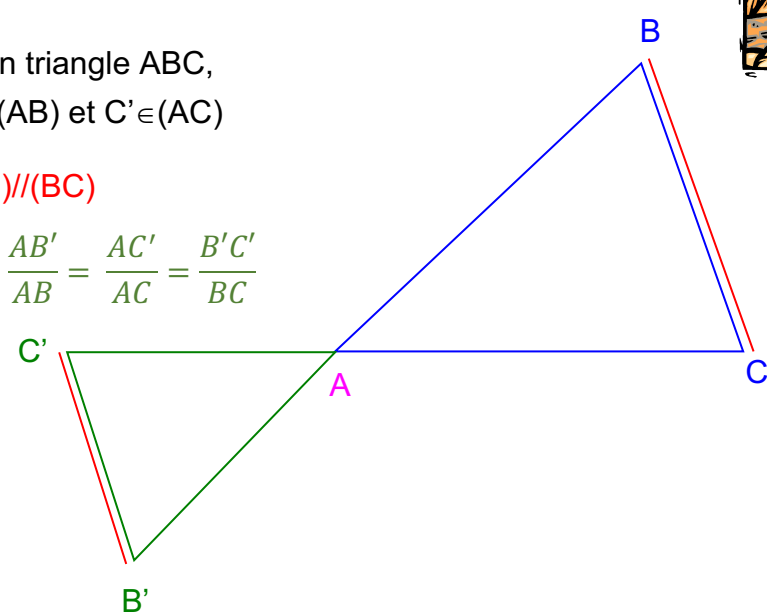
Animation : <http://www.maths-et-tiques.fr/telech/Thales.ggb>

LE THÉORÈME DE THALÈS

Dans un triangle ABC,
où $B' \in (AB)$ et $C' \in (AC)$

si $(B'C') \parallel (BC)$

alors $\frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC} = \frac{B'C'}{BC}$



Méthode : Calculer une longueur à l'aide du théorème de Thalès

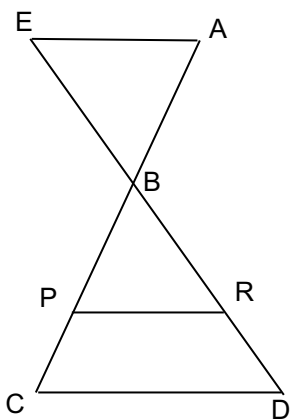
▶ Vidéo <https://youtu.be/GwGQD2BdZ3s> (dans un triangle)

▶ Vidéo <https://youtu.be/cq3wBbXYB4A> (version papillon)

Les droites (EA), (PR) et (CD) sont parallèles.

On donne : $EB = 2$ cm, $BD = 5$ cm, $PR = 4$ cm, $CD = 6$ cm.

Calculer BR et EA. Donner une valeur exacte et éventuellement une valeur approchée à 10^{-2} près centimètre.



1) Les 2 triangles BPR et BCD sont en situation de Thalès car $(PR) \parallel (CD)$, donc :

$$\frac{BP}{BC} = \frac{BR}{BD} = \frac{PR}{CD}$$

$$\frac{BP}{BC} = \frac{BR}{5} = \frac{4}{6}$$

$$BR = 5 \times 4 : 6 \text{ (produit en croix)}$$

$$= \frac{10}{3} \text{ cm} \approx 3,33 \text{ cm.}$$

2) De même dans les triangles BEA et BDC sont en situation de Thalès car (EA) et (CD) sont parallèles, donc :

$$\frac{BE}{BD} = \frac{BA}{BC} = \frac{EA}{DC}$$

$$\frac{2}{5} = \frac{BA}{BC} = \frac{EA}{6}$$

$$EA = 6 \times 2 : 5 = 2,4 \text{ cm.}$$

Activités de groupe : Le paradoxe de Lewis Carroll

http://www.maths-et-tiques.fr/telech/L_CARROLL.pdf

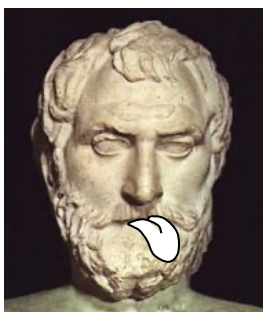
Des hauteurs inaccessibles

http://www.maths-et-tiques.fr/telech/haut_inacc.pdf

<http://www.maths-et-tiques.fr/index.php/expositions-deleves/hauteurs-inaccessibles>

III. La réciproque du théorème de Thalès

Animation : <http://www.maths-et-tiques.fr/telech/RThales.ggb>



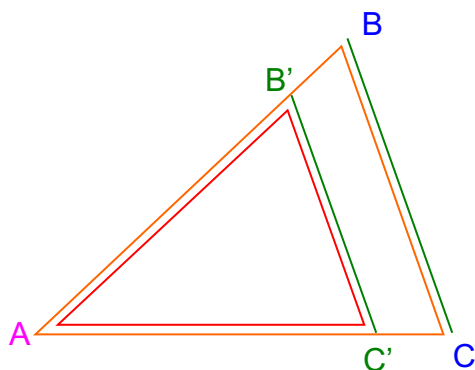
Thalès de Milet (-624 ; -546)

Si les points A, B et B' sont alignés dans le même ordre que les points A, C et C'

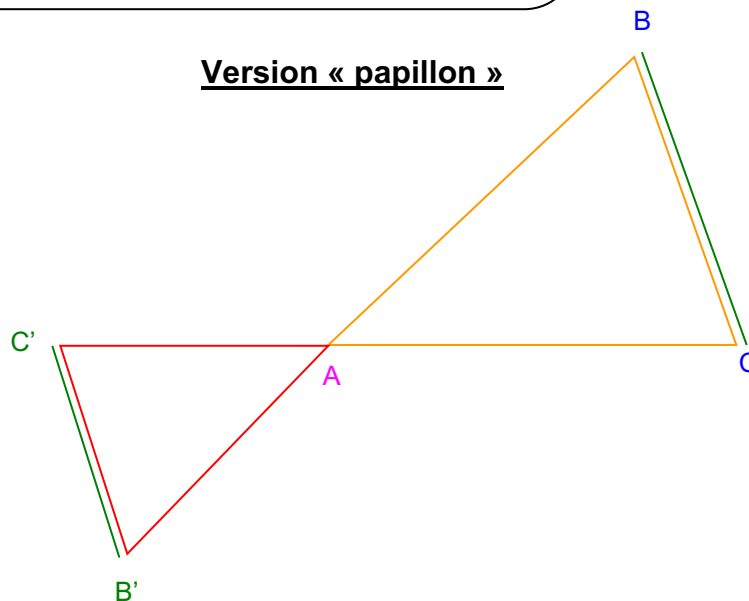
et $\frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC}$

alors (B'C') // (BC)

Version « triangles emboîtés »



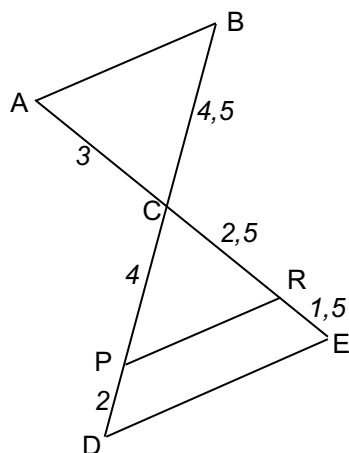
Version « papillon »



Méthode : Démontrer que deux droites sont parallèles ou ne le sont pas

▶ Vidéo <https://youtu.be/uaPicwUSQz0>

▶ Vidéo <https://youtu.be/ovlhagzONlw>



- 1) Les droites (AB) et (DE) sont-elles parallèles ?
- 2) Les droites (PR) et (DE) sont-elles parallèles ?

1) D'une part : $\frac{CA}{CE} = \frac{3}{4}$

D'autre part : $\frac{CB}{CD} = \frac{4,5}{6} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$

donc $\frac{CA}{CE} = \frac{CB}{CD}$

De plus les points A, C et E sont alignés dans le même ordre que les points B, C et D.
D'après la réciproque du théorème de Thalès, on peut conclure que les droites (AB) et (DE) sont parallèles.

2) D'une part : $\frac{CP}{CD} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \approx 0,33$

D'autre part : $\frac{CR}{CE} = \frac{1,5}{4} = \frac{3}{8} = 0,375$

donc $\frac{CP}{CD} \neq \frac{CR}{CE}$

On ne peut pas utiliser la réciproque du théorème de Thalès.
(PR) et (DE) ne sont pas parallèles.



Lors d'un voyage en Egypte, **Thalès de Milet** (-624 ; -546) aurait mesuré la hauteur de la pyramide de Kheops par un rapport de proportionnalité avec son ombre.

Citons : « *Le rapport que j'entretiens avec mon ombre est le même que celui que la pyramide entretient avec la sienne.* »

Par une relation de proportionnalité, il obtient la hauteur de la pyramide grâce à la longueur de son ombre.

L'idée ingénieuse de Thalès est la suivante : « *A l'instant où mon ombre sera égale à ma taille, l'ombre de la pyramide sera égale à sa hauteur.* »

© Copyright

Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales