LES SUITES – Chapitre 2/2

Reconnaitre une suite arithmétique et une suite géométrique

 **Vidéo** [**https://youtu.be/pHq6oClOylU**](https://youtu.be/pHq6oClOylU)

**Partie 1 : Suites arithmétiques**

 1) Définition

Exemples :

a) Considérons la suite $(u\_{n})$ où l’on passe d’un terme au suivant en ajoutant 5.

Si le premier terme est égal à 3, les termes suivants sont :

$u\_{0}=3$,

$u\_{1}=8$,

$u\_{2}=13$,

$u\_{3}=18$.

Une telle suite est appelée une suite arithmétique de raison 5 et de premier terme 3.

La suite est donc définie par : $\left\{\begin{array}{c}u\_{0}=3 \\u\_{n+1}=u\_{n}+5\end{array}\right.$

b) Soit la suite arithmétique $(v\_{n})$ de premier terme 5 et de raison $-2$.

Les premiers termes successifs sont :

$v\_{0}$ = 5,

$v\_{1}$ = 5 – 2 = 3,

$v\_{2}$ = 3 – 2 = 1,

$v\_{3}$ = 1 – 2 = –1.

La suite est donc définie par : $\left\{\begin{array}{c}v\_{0}=5 \\v\_{n+1}=v\_{n}-2\end{array}\right.$

Définition : Une suite $(u\_{n})$ est une **suite arithmétique** s'il existe un nombre $r$ tel que pour tout entier $n$, on a : $u\_{n+1}=u\_{n}+r$.

Le nombre $r$ est appelé **raison** de la suite.

 2) Variations

Propriété : $(u\_{n})$ est une suite arithmétique de raison $r$*.*

- Si $r$ > 0 alors la suite $(u\_{n})$ est croissante.

- Si $r$ = 0 alors la suite $(u\_{n})$ est constante.

- Si $r$ < 0 alors la suite $(u\_{n})$ est décroissante.

**Démonstration :**

$u\_{n+1}-u\_{n}=u\_{n}+r-u\_{n}=r$.

- Si $r>0$ alors $u\_{n+1}-u\_{n}>0$ et la suite $(u\_{n})$ est croissante.

- Si $r<0$ alors $u\_{n+1}-u\_{n}<0$ et la suite $(u\_{n})$ est décroissante.

Méthode : Déterminer le sens de variation d’une suite arithmétique

 **Vidéo** [**https://youtu.be/R3sHNwOb02M**](https://youtu.be/R3sHNwOb02M)

Étudier les variations des suites arithmétiques $(u\_{n})$ et $(v\_{n})$ définies par :

a)$ u\_{n}=3+5n $ b) $\left\{\begin{array}{c}v\_{0}=-3 \\v\_{n+1}=v\_{n}-4\end{array}\right.$

**Correction**

a) $(u\_{n})$ est croissante car de raison positive et égale à 5.

b) On passe d’un terme au suivant en ajoutant $-4$. $(v\_{n})$ est décroissante car de raison négative et égale à $-4$.

 3) Représentation graphique

Les points de la représentation graphique d'une suite arithmétique sont alignés.

Exemple : On a représenté ci-dessous la suite arithmétique de raison –0,5 et de premier terme 4.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **RÉSUMÉ** | $(u\_{n})$ une suite arithmétique * de raison $r$
* de premier terme $u\_{0}$.
 | Exemple :$r=-0,5$ et $u\_{0}=4$ |
| Définition | $$u\_{n+1}=u\_{n}+r$$ | $$u\_{n+1}=u\_{n}-0,5$$La différence entre un terme et son précédent est égale à $-0,5$. |
| Sens De variation | Si $r$ > 0 : $(u\_{n})$ est croissante.Si $r$ < 0 : $(u\_{n})$ est décroissante. | $$r=-0,5<0$$La suite $(u\_{n})$ est décroissante. |
| Représentation graphique | Remarque :Les points de la représentation graphique sont alignés.La croissance est linéaire. |  |

**Partie 2 : Suites géométriques**

 1) Définition

Exemples :

a) Considérons la suite $(u\_{n})$ où l’on passe d’un terme au suivant en multipliant par 2.

Si le premier terme est égal à 5, les termes suivants sont :

$u\_{0}=5$,

$u\_{1}=10$,

$u\_{2}=20$,

$u\_{3}=40$.

Une telle suite est appelée une suite géométrique de raison 2 et de premier terme 5.

La suite est donc définie par : $\left\{\begin{array}{c}u\_{0}=5 \\u\_{n+1}=2u\_{n}\end{array}\right.$

b) Soit la suite géométrique $(v\_{n})$ de premier terme 4 et de raison 0,1.

Les premiers termes successifs sont :

$v\_{0}$ = 4

$v\_{1}$ = 0,1 $×$ 4 = 0,4

$v\_{2}$ = 0,1 $×$ 0,4 = 0,04

$v\_{3}$ = 0,1 $×$ 0,04 = 0,004

La suite est donc définie par : $\left\{\begin{array}{c}v\_{0}=4 \\v\_{n+1}=0,1×v\_{n}\end{array}\right.$

Définition : Une suite $(u\_{n})$ est une **suite géométrique** s'il existe un nombre $q$, strictement positif, tel que pour tout entier $n$, on a : $u\_{n+1}=q×u\_{n}$.

Le nombre $q$ est appelé **raison** de la suite.

Remarque : Dans le cas où $q<0$, la suite est également géométrique mais cette situation n’est pas au programme cette année.

Exemple concret :

On place un capital de 500 € sur un compte dont les intérêts annuels s'élèvent à 4 %.

Chaque année, le capital est donc multiplié par 1,04.

Ce capital suit une progression géométrique de raison 1,04.

On a ainsi :

$u\_{1}=1,04×500=520$

$$u\_{2}=1,04×520=540,80$$

$u\_{3}=1,04×540,80=562,432$

De manière générale : $u\_{n+1}=1,04×u\_{n}$ avec $u\_{0}=500$

 2) Variations

Propriété : $(u\_{n})$ est une suite géométrique de raison $q$ et de premier terme $u\_{0}$strictement positif.

- Si $q>1$ alors la suite $(u\_{n})$ est croissante.

- Si $q=1$ alors la suite $(u\_{n})$ est constante.

- Si $0<q<1$ alors la suite $(u\_{n})$ est décroissante.

Méthode : Déterminer le sens de variation d’une suite géométrique

Déterminer le sens de variation des suites géométriques $(u\_{n})$ et $(v\_{n})$ définies par :

a) $u\_{n}=4×2^{n}$ b) $\left\{\begin{array}{c}v\_{0}=2 \\v\_{n+1}=\frac{1}{2}u\_{n}\end{array}\right.$

**Correction**

a) La suite géométrique $(u\_{n})$ définie par $u\_{n}=4×2^{n}$ est croissante car $q=2$ donc $q>1$

b) La suite géométrique $(v\_{n})$ définie par $v\_{n+1}=\frac{1}{2}v\_{n}$ et $v\_{0}=2 $ est décroissante car $q=\frac{1}{2}$ donc $0<q<1$.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **RÉSUMÉ** | ($u\_{n}$) une suite géométrique * de raison $q$positive
* de premier terme $u\_{0}$positif.
 | Exemple :$q=2$ et $u\_{0}=4$ |
| Définition | $$u\_{n+1}=q×u\_{n}$$ | $$u\_{n+1}=2×u\_{n}$$Le rapport entre un terme et son précédent est égal à 2. |
| Sens de variation | Si $q>1$ : ($u\_{n}$) est croissante.Si $0<q<1$ : ($u\_{n}$) est décroissante. | $$q=2>1$$La suite ($u\_{n}$) est croissante. |
| Représentation graphique | On parle de croissance exponentielle. |  |

Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

[*www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales*](http://www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales)