#  STATISTIQUES DESCRIPTIVES

 **Tout le cours en vidéo :** [**https://youtu.be/dZ1arqz41Bg**](https://youtu.be/dZ1arqz41Bg)

En italien, « stato » désigne l’état. Ce mot a donné « statista » pour « homme d’état ». En 1670, le mot est devenu en latin « statisticus » pour signifier ce qui est relatif à l’état. Les statistiques ont en effet d’abord désigné l’étude des faits sociaux relatifs à l’état.

Partie 1 : Moyenne, médiane, étendue

 1. Moyenne

Méthode : Calculer une moyenne

 **Vidéo** [**https://youtu.be/h0urYAnMUNI**](https://youtu.be/h0urYAnMUNI)

Les deux séries suivantes présentent les notes obtenues par 2 élèves :

Nadir : 4 ; 6 ; 18 ; 8 ; 17 ; 11 ; 12 ; 18

Julie : 15 ; 9 ; 14 ; 13 ; 10 ; 12 ; 12 ; 11 ; 10

Calculer les moyennes des notes de Nadir et Julie.

**Correction**

* Moyenne de Nadir $=\left(4+6+18+8+17+11+12+18\right) :8=11,75$
* Moyenne de Julie $=(15+9+14+13+10+12+12+11+10) :9≈11,8$

Propriété de linéarité de la moyenne : Soit $a$ et $b$ deux nombres réels.

* Si dans une série, on multiplie toutes les valeurs par $a$, alors la moyenne est multipliée par $a$.
* Si dans une série, on ajoute $b$ à toutes les valeurs, alors on ajoute $b$ à la moyenne.

Méthode : Utiliser la propriété de linéarité de la moyenne

 **Vidéo** [**https://youtu.be/Z4bwDyrtO8A**](https://youtu.be/Z4bwDyrtO8A)

On a relevé le prix au litre de l’essence dans différentes stations :

 $1,5 – 1,44 – 1,51 – 1,62 – 1,58$

1. Calculer la moyenne des prix.
2. Conséquence de la crise sur les matières premières, on constate une hausse des prix de $30\%$ le mois suivant. Calculer le prix moyen après augmentation.
3. Pour compenser cette hausse, l’état décide d’attribuer une remise de $15$ centimes par litre d’essence. Calculer le prix moyen après remise et comparer avec le prix moyen avant la crise.

**Correction**

a) Moyenne $=(1,5+1,44+1,51+1,62+1,58) : 5=1,53$.

Le prix moyen dans les 5 stations est de $1,53 €.$

b) Augmenter un nombre de $30\%$, c’est le multiplier par $1+0,30=1,30$.

Si toutes les valeurs de la série sont multipliées par $1,30$, alors la moyenne est multipliée par $1,30$.

Moyenne après augmentation : $1,53×1,30=1,989$.

Le prix moyen le mois suivant est de $1,989 €$.

c) Si on soustrait $0,15 $à toutes les valeurs de la série, alors on soustrait $0,15$ à la moyenne.

Moyenne après réduction : $1,989-0,15=1,839$.

Le prix moyen après remise est de $1,839 €$. Il reste supérieur au prix moyen avant la crise qui était de $1,55 €.$

 2. Médiane (Rappel)

Méthode : Calculer une médiane

 **Vidéo** [**https://youtu.be/kr90dXv0NFY**](https://youtu.be/kr90dXv0NFY) (à partir d’une liste)

 **Vidéo** [**https://youtu.be/lv9ZJ8dGn54**](https://youtu.be/lv9ZJ8dGn54) (à partir d’un tableau)

 **Vidéo** [**https://youtu.be/msDPkgW2nhw**](https://youtu.be/msDPkgW2nhw) (à partir d’un diagramme)

On rappelle les notes obtenues par Nadir et Julie :

Nadir : 4 ; 6 ; 18 ; 8 ; 17 ; 11 ; 12 ; 18

Julie : 15 ; 9 ; 14 ; 13 ; 10 ; 12 ; 12 ; 11 ; 10

Calculer les médianes des notes des deux élèves.

**Correction**

Pour déterminer les notes médianes, il faut **ordonner** les séries. La médiane partage la série en deux groupes de même effectif.

● Nadir : 4 6 8 11 12 17 18 18 Médiane $=$ $\frac{11+12}{2}=11,5$

 4 données MÉDIANE 4 données

● Julie : 9 10 10 11 12 12 13 14 15 Médiane $= 12$

 4 données 4 données

 MÉDIANE

 3. Étendue (Rappel)

Définition : **Étendue** = Plus grande valeur $-$ Plus petite valeur

Méthode : Calculer une étendue

 **Vidéo** [**https://youtu.be/PPXGOs2b4Ls**](https://youtu.be/PPXGOs2b4Ls)

On rappelle les notes obtenues par Nadir et Julie :

Nadir : 4 ; 6 ; 18 ; 8 ; 17 ; 11 ; 12 ; 18

Julie : 15 ; 9 ; 14 ; 13 ; 10 ; 12 ; 12 ; 11 ; 10

Calculer les étendues des notes de Nadir et Julie.

**Correction**

* Nadir : La plus grande valeur est 18 et la plus petite valeur est 4 donc :

 Étendue $=18-4=14$

* Julie : Étendue $=15-9=6$

Partie 2 : Quartiles, écart interquartile

Définitions :

* **Premier quartile**, noté $Q\_{1}$ = 1ère valeur dépassant le quart de l’effectif ordonné.
* **Troisième quartile**, noté $Q\_{3}$ = 1ère valeur dépassant les trois-quarts de l’effectif ordonné.

Définition : **Écart interquartile** $=Q\_{3}-Q\_{1}$

Méthode : Calculer les quartiles

 **Vidéo** [**https://youtu.be/Yjh-9nMVmEw**](https://youtu.be/Yjh-9nMVmEw)

 **Vidéo** [**https://youtu.be/2jbpNjXMdSA**](https://youtu.be/2jbpNjXMdSA)

 **Vidéo** [**https://youtu.be/IjsDK0ODwlw**](https://youtu.be/IjsDK0ODwlw)

On rappelle les notes obtenues par Nadir et Julie :

Nadir : 4 ; 6 ; 18 ; 8 ; 17 ; 11 ; 12 ; 18

Julie : 15 ; 9 ; 14 ; 13 ; 10 ; 12 ; 12 ; 11 ; 10

Calculer les quartiles $Q\_{1}$ et $Q\_{3}$ et l’écart interquartile des séries de : a) Nadir b) Julie

**Correction**

a) Pour déterminer les quartiles, il faut **ordonner** la série.

 **Nadir :**  4 6 8 11 12 17 18 18

● 1er quartile $Q\_{1}$ = 1ère valeur dépassant le quart de l’effectif.

L’effectif total est de 8, on calcule le quart de 8 :

$\frac{1}{4}$ $×8=2$, $Q\_{1}$ est la 2e valeur de la série ordonnée. Donc : $Q\_{1}$ $=6$.

« Un quart, au moins, des notes de Nadir sont inférieures ou égales à $6$. »

● 3e quartile $Q\_{3}$ = 1ère valeur dépassant les trois-quarts de l’effectif.

L’effectif total est de 8, on calcule les trois-quarts de 8 :

$\frac{3}{4}$ $×8=6$ : $Q\_{3}$ est la 6e valeur de la série ordonnée. Donc$Q\_{3}=17$.

« Trois-quarts, au moins, des notes de Nadir sont inférieures ou égales à $17$. »

● L’écart interquartile est égal à $Q\_{3}-Q\_{1}$$=17-6=11.$

« La moitié, au moins, des notes de Nadir sont comprises entre $6$ et $17$. »

b) **Julie :** 9 10 10 11 12 12 13 14 15

● L’effectif total est de 9.

$\frac{1}{4}$ $×9=2,25\rightarrow 3$, $Q\_{1}$ est la 3e valeur de la série ordonnée. Donc $Q\_{1}$ $=10$.

● $\frac{3}{4}$ $×9=6,75\rightarrow 7$, $Q\_{3}$ est la 7e valeur de la série ordonnée. Donc $Q\_{3}=13$.

● L’écart interquartile est égal à $Q\_{3}-Q\_{1}$$=13-10=3.$

*TP info : « Notes »*

[*http://www.maths-et-tiques.fr/telech/Notes.pdf*](http://www.maths-et-tiques.fr/telech/Notes.pdf)

[*http://www.maths-et-tiques.fr/telech/Notes.ods*](http://www.maths-et-tiques.fr/telech/Notes.ods) *(feuille de calcul OOo)*

Partie 3 : Moyenne pondérée, variance, écart-type

 1. Moyenne pondérée

Définition :

La **moyenne pondérée** $\overbar{x}$ d’une série dont les valeurs sont $x\_{1}, x\_{2}, …$ et les effectifs correspondants$n\_{1}, n\_{2}, …$ est égale à $\overbar{x}=$ $\frac{n\_{1}x\_{1}+n\_{2}x\_{2}+…}{n\_{1}+n\_{2}+…}$

Méthode : Calculer une moyenne pondérée

 **Vidéo** [**https://youtu.be/GWDDay-mdVA**](https://youtu.be/GWDDay-mdVA) **(Fréquence)**

 **Vidéo** [**https://youtu.be/88\_16UbkdZM**](https://youtu.be/88_16UbkdZM) **(Moyenne pondérée)**

Le tableau suivant présente la répartition des tailles des élèves d’une classe de 2nde.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Taille | $$\left[150 ;155\right[$$ | $$\left[155 ;160\right[$$ | $$\left[160 ;165\right[$$ | $$\left[165 ;170\right[$$ | $$\left[170 ;175\right[$$ | $$\left[175 ;180\right[$$ |
| Intervalle centré $x\_{i}$ | 152 | 157 |  |  |  |  |
| Effectif $n\_{i}$ | 2 | 4 | 7 | 8 | 3 | 3 |
| Fréquence en % |  |  |  |  |  |  |

a) Compléter la ligne des fréquences.

b) Compléter la ligne des intervalles centrés et en déduire la moyenne pondérée des tailles.

**Correction**

a) L’effectif total est : $2+4+7+8+3+3=27$.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Taille | $$\left[150 ;155\right[$$ | $$\left[155 ;160\right[$$ | $$\left[160 ;165\right[$$ | $$\left[165 ;170\right[$$ | $$\left[170 ;175\right[$$ | $$\left[175 ;180\right[$$ |
| Effectif $n\_{i}$ | 2 | 4 | 7 | 8 | 3 | 3 |
| Fréquence en % | $$\frac{2}{27}$$$$≈0,07=7\%$$ | 15 % | 26 % | 30 % | 11 % | 11 % |

b)

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Intervalle centré $x\_{i}$ | 152 | 157 | 162 | 167 | 172 | 177 |
| Effectif $n\_{i}$ | 2 | 4 | 7 | 8 | 3 | 3 |

$$\overbar{x}=\frac{2×152+4×157+7×162+8×167+3×172+3×177}{27}=\frac{4449}{27}≈164,8$$

La taille moyenne des élèves est d’environ $164,8 cm$.

*TP info : « Les jeunes et l’ordinateur »*

[*http://www.maths-et-tiques.fr/telech/Ordi.pdf*](http://www.maths-et-tiques.fr/telech/Ordi.pdf)

[*http://www.maths-et-tiques.fr/telech/Ordi.ods*](http://www.maths-et-tiques.fr/telech/Ordi.ods) *(Feuille de calcul OOo)*

*TP info : « Lancers de dés »*

[*http://www.maths-et-tiques.fr/telech/Lancer\_des.pdf*](http://www.maths-et-tiques.fr/telech/Lancer_des.pdf)

[*http://www.maths-et-tiques.fr/telech/Lancer\_des.ods*](http://www.maths-et-tiques.fr/telech/Lancer_des.ods) *(Feuille de calcul OOo)*

 2. Variance, écart-type

Définitions :

● La **variance** $V$ d'une série, de moyenne $\overbar{x}$, dont les valeurs sont $x\_{1}, x\_{2}, …$ et les effectifs correspondants sont $n\_{1}, n\_{2}, …$ est égale à :

$ V=$ $\frac{n\_{1}×\left(x\_{1}-\overbar{x}\right)^{2}+n\_{2}×\left(x\_{2}-\overbar{x}\right)^{2}+…}{n\_{1}+n\_{2}+…}$

● L'**écart-type** σ est égal à : $σ=\sqrt{V}$.

Remarque :

L'écart-type exprime la dispersion des valeurs de la série autour de sa moyenne.

Méthode : Calculer la variance et l’écart-type d’une série

 **Vidéo** [**https://youtu.be/CiFoBkipJQk**](https://youtu.be/CiFoBkipJQk)

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| $$x\_{i}$$ | 1 | 2 | 3 | 4 |
| $$n\_{i}$$ | 5 | 9 | 3 | 1 |

Le tableau présente une série statistique :

Calculer la moyenne pondérée, la variance et l’écart-type de la série.

**Correction**

L’effectif total est : $5+9+3+1=18$

* Calcul de la moyenne $\overbar{x}$ :

$$\overbar{x}=\frac{5×1+9×2+3×3+1×4}{18}=\frac{36}{18}=2$$

* Calcul de la variance $V$ :

On complète le tableau :

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| $$x\_{i}$$ | 1 | 2 | 3 | 4 |
| $$n\_{i}$$ | 5 | 9 | 3 | 1 |
| $$x\_{i}-\overbar{x}$$ | $$1-2=-1$$ | $$0$$ | $$1$$ | $$2$$ |
| $$\left(x\_{i}-\overbar{x}\right)^{2}$$ | $$\left(-1\right)^{2}=1$$ | $$0$$ | $$1$$ | $$4$$ |
| $$n\_{i}\left(x\_{i}-\overbar{x}\right)^{2}$$ | $$5×1=5$$ | $$0$$ | $$3$$ | $$4$$ |

On fait la somme des valeurs obtenues dans la dernière ligne pour calculer la variance :

$$V=\frac{5+0+3+4}{18}=\frac{12}{18}=\frac{2}{3}$$

* Calcul de l’écart-type $σ$ :

 $σ=\sqrt{V}=\sqrt{\frac{2}{3}}≈0,82$.

Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

[*www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales*](http://www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales)