FONCTIONS POLYNÔMES DE DEGRÉ 2

Chapitre 1/2

Partie 1 : Définition

Exemples et contre-exemples :

$f(x) = 3x^2 - 7x + 3$

$g(x) = \frac{1}{2}x^2 - 5x + \frac{3}{5}$

$h(x) = 4 - 2x^2$

$k(x) = (x - 4)(5 - 2x)$

sont des fonctions polynômes de degré 2.

$m(x) = 5x - 3$ est une fonction polynôme de degré 1 (fonction affine).

$n(x) = 5x^4 - 7x^3 + 3x - 8$ est une fonction polynôme de degré 4.

Définition : On appelle **fonction polynôme de degré 2** toute fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par une expression de la forme :

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

où les coefficients a, b et c sont des réels donnés avec $a \neq 0$.

Définition : Les fonctions polynômes de degré 2 étudiées cette année sont définies sur $\mathbb{R}$ par $x \longmapsto ax^2$ ou $x \longmapsto ax^2 + b$, avec $a \neq 0$.

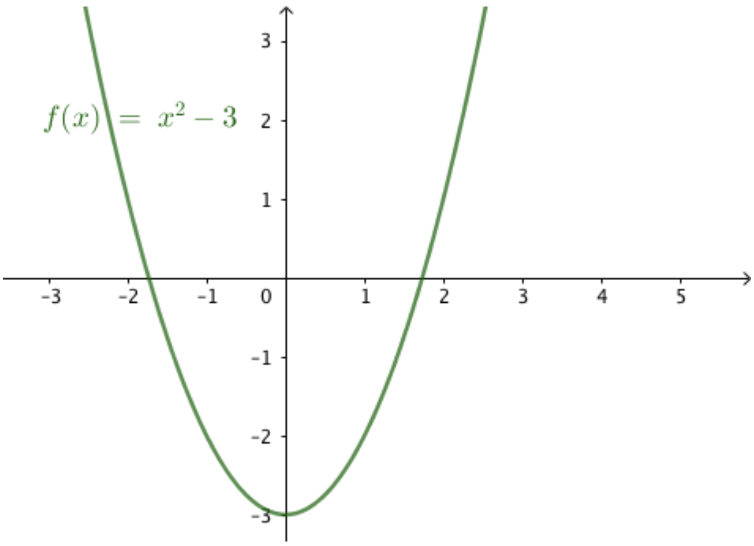
Remarque :
Une fonction polynôme du second degré s'appelle également « trinôme ».

Partie 2 : Représentation graphique

1) La parabole

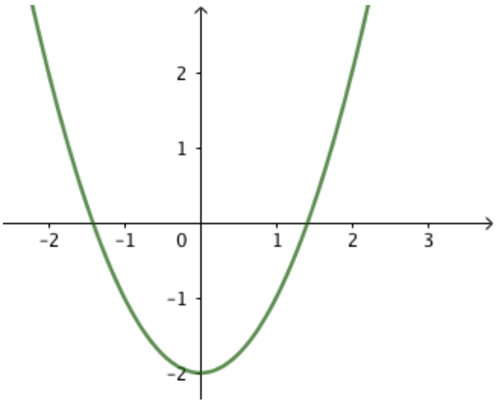
Exemple :

La représentation graphique d'une fonction polynôme de degré 2 s'appelle une parabole.

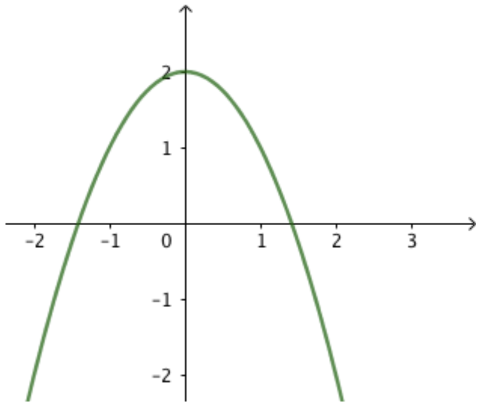


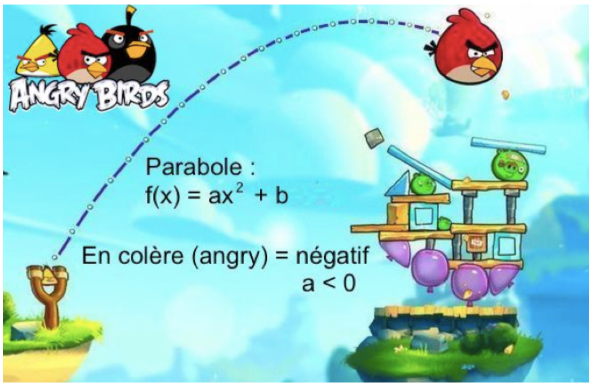
<u>Propriétés :</u>
Soit f une fonction polynôme du second degré, telle que $f(x) = ax^2 + b$.
- Si a est positif, f est d'abord décroissante, puis croissante : « 😊 ».
- Si a est négatif, f est d'abord croissante, puis décroissante : « ☹ ».

$a > 0$



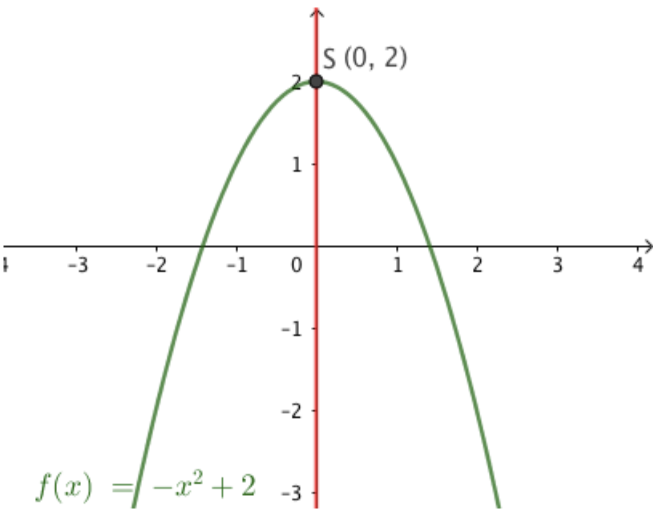
$a < 0$





2) <u>Axe de symétrie</u>

<u>Exemple :</u>
La fonction f telle que $f(x) = -x^2 + 2$ a pour représentation graphique une parabole dont les branches sont tournées vers le bas et dont le sommet est le point $S(0\ ;\ 2)$. L'axe de symétrie de la parabole est l'axe des ordonnées.



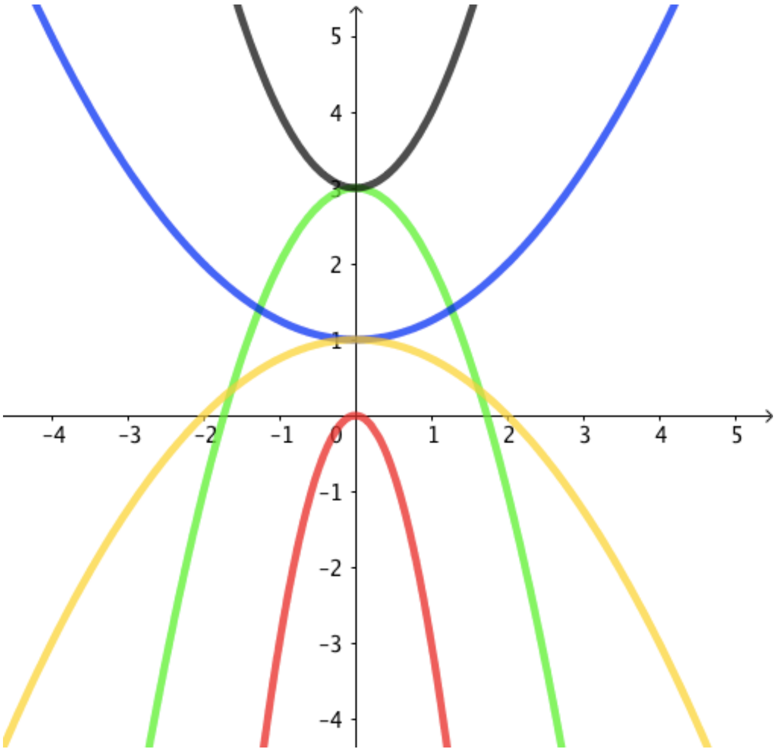
Propriété : Les paraboles d'équation $y = ax^2 + b$ ont pour axe de symétrie l'axe des ordonnées et pour sommet le point de coordonnées (0 ; b).

Méthode : Associer une fonction du second degré à sa représentation graphique

Vidéo https://youtu.be/hRadBik3zRk

Associer chaque fonction à sa représentation graphique :

$$f(x) = -x^2 + 3$$
$$g(x) = -3x^2$$
$$h(x) = x^2 + 3$$
$$p(x) = \frac{x^2}{4} + 1$$
$$q(x) = -\frac{x^2}{4} + 1$$



Correction

- La **parabole rouge** est la seule dont le sommet est l'origine (0 ; **0**). Donc $b = \mathbf{0}$ dans l'écriture de la fonction $x \longmapsto ax^2 + b$.

Ainsi, la **parabole rouge** représente la fonction g définie par $g(x) = -3x^2$.

- La **parabole verte** et la **parabole noire** ont toutes les deux pour sommet le point de coordonnées (0 ; **3**).

Donc $b = \mathbf{3}$ dans l'écriture de la fonction $x \longmapsto ax^2 + b$.
Ainsi, il faut choisir parmi les expressions : $f(x) = -x^2 + 3$ et $h(x) = x^2 + 3$.
 - Les branches de la **parabole noire** sont tournées vers le haut donc $a > 0$ dans l'écriture de la fonction $x \longmapsto ax^2 + b$.
Ainsi, la **parabole noire** représente la fonction h pour qui $a = 1 > 0$.
 - Les branches de la **parabole verte** sont tournées vers le bas donc $a < 0$.
Ainsi, la **parabole verte** représente la fonction f pour qui $a = -1 < 0$.

- La **parabole bleue** et la **parabole jaune** ont toutes les deux pour sommet le point de coordonnées (0 ; **1**).

Donc $b = \mathbf{1}$ dans l'écriture de la fonction $x \longmapsto ax^2 + b$.

Ainsi, il faut choisir parmi les expressions : $p(x) = \frac{x^2}{4} + 1$ et $q(x) = -\frac{x^2}{4} + 1$.

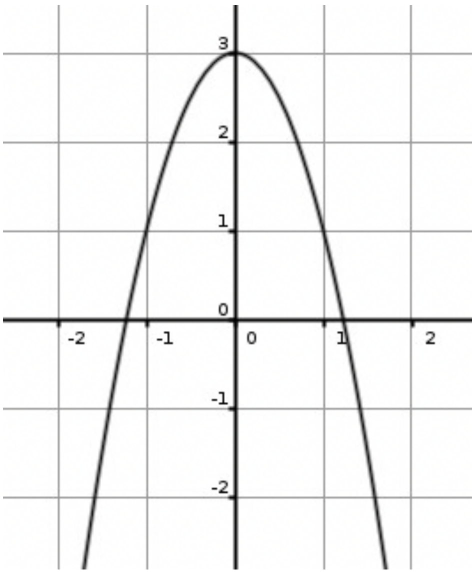
- Les branches de la **parabole bleue** sont tournées vers le haut donc $a > 0$ dans l'écriture de la fonction $x \longmapsto ax^2 + b$.

Ainsi, la **parabole bleue** représente la fonction p pour qui $a = \frac{1}{4} > 0$.

- Les branches de la parabole jaune sont tournées vers le bas donc $a < 0$.

Ainsi, la parabole jaune représente la fonction q pour qui $a = -\frac{1}{4} < 0$.

Méthode : Déterminer graphiquement l'expression d'une fonction à partir de sa représentation graphique



Déterminer graphiquement l'expression de la fonction f représentée ci-contre.

Correction

- La courbe est une parabole et a pour axe de symétrie l'axe des ordonnées, donc f est de la forme : $f(x) = ax^2 + b$.

- Le sommet de la parabole a pour coordonnées (0 ; 3), donc :
$f(x) = ax^2 + 3$

- On lit graphiquement : $f(1) = 1$
Soit : $a \times 1^2 + 3 = 1$
$a + 3 = 1$
$a = 1 - 3$
$a = -2$
Donc finalement : $f(x) = -2x^2 + 3$