

LES PUISSANCES

▶ Tout le cours en vidéo : <https://youtu.be/lxCzv5FPJ3s>

I. Puissance d'un nombre

1) Exemples et définition

▶ Vidéo <https://youtu.be/jts9wiXPHtk>

3 à la puissance 4	5 à la puissance 3	0 à la puissance 6	1 à la puissance 5	9 à la puissance 1	-3 à la puissance 4
3^4	5^3	0^6	1^5	9^1	$(-3)^4$
$3 \times 3 \times 3 \times 3$	$5 \times 5 \times 5$	$0 \times 0 \times 0 \times 0 \times 0 \times 0$	$1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1$	9	$(-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3)$
81	125	0	1	9	81

$$a^4 = a \times a \times a \times a$$

De façon générale :

$$a^n = a \times a \times a \times a \times \dots \times a$$

avec n facteurs a

2) Cas particuliers

$$a^1 = a \text{ pour tout nombre } a$$

$$a^0 = 1 \text{ pour tout nombre } a \text{ non nul}$$

$$0^n = 0 \text{ pour tout nombre entier } n \text{ non nul}$$

$$1^n = 1 \text{ pour tout nombre entier } n$$

3) Attention aux signes !

Ne pas confondre : $(-3)^4 = (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) = 81$
 et : $-3^4 = -3 \times 3 \times 3 \times 3 = -81$

Divertissement :

Belles égalités :

$$3^3 + 4^3 + 5^3 = 6^3$$

$$10^2 + 11^2 + 12^2 = 13^2 + 14^2$$

$$3^3 + 4^4 + 3^3 + 5^5 = 3435$$

Méthode : Utiliser la notation des puissances

▶ Vidéo <https://youtu.be/4CEYTrvUP0I>

Calculer :

$$A = (-5)^2$$

$$B = -1^2$$

$$C = (-1)^2$$

$$D = -3^3$$

$$E = (-2)^2$$

$$F = -7^2$$

$$G = (-9)^0$$

$$H = -9^0$$

$$I = -3^2 \times (1 - 2)^2$$

$$J = (-3 + 8)^3 \times (1 - 2)^2$$

$$A = (-5)^2$$

$$= 25$$

$$B = -1^2$$

$$= -1$$

$$C = (-1)^2$$

$$= 1$$

$$D = -3^3$$

$$= -27$$

$$E = (-2)^2$$

$$= 4$$

$$F = -7^2$$

$$= -49$$

$$G = (-9)^0$$

$$= 1$$

$$H = -9^0$$

$$= -1$$

$$I = -3^2 \times (1 - 2)^2$$

$$= -9 \times (-1)^2$$

$$= -9 \times 1 = -9$$

$$J = (-3 + 8)^3 \times (1 - 2)^2$$

$$= (5)^3 \times (-1)^2$$

$$= 125 \times 1 = 125$$

II. Puissances de 10

1) Définition

Exemples :

$$1) 10^5 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 100\,000 \quad (1 \text{ suivi de } 5 \text{ zéros})$$

$$2) 10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad (1 \text{ suivi de } 3 \text{ zéros})$$

$$10^n = \underbrace{10 \times 10 \times 10 \times \dots \times 10}_n$$

avec n facteurs 10

2) Cas des puissances de 10 d'exposant négatif

Exemple :

$$\frac{1}{10^4} = \frac{1}{10000} = 0,0001 = 10^{-4}$$

↑ 1 précédé de 4 zéros

$$10^{-n} = \underbrace{0,00\dots01}_n$$

avec n zéros

$$\text{On note : } 10^{-1} = \frac{1}{10} = 0,1$$

$$\text{De façon générale : } 10^{-n} = \frac{1}{10^n}$$

Méthode : Utiliser les puissances de 10

▶ Vidéo <https://youtu.be/D5Fe9Fv6CqQ>

▶ Vidéo <https://youtu.be/TSeL-rVZNPQ>

$$1) \text{ Écrire les nombres sous forme décimale : } A = 10^3 \quad B = 10^{-3} \quad C = 10^{-5}$$

$$2) \text{ Écrire les nombres sous la forme } 10^n \text{ ou } 10^{-n} : D = 1\,000\,000 \quad E = 0,0001$$

$$3) \text{ Écrire les quotients sous la forme } 10^{-n} : F = \frac{1}{10^5} \quad G = \frac{1}{10 \times 10 \times 10} \quad H = \frac{1}{10^2 \times 10^3}$$

$$1) A = 1000 \quad B = 0,001 \quad C = 0,00001$$

$$2) D = 10^6 \quad E = 10^{-4}$$

$$3) F = \frac{1}{10^5} = 10^{-5} \quad G = \frac{1}{10 \times 10 \times 10} = \frac{1}{10^3} = 10^{-3}$$

$$H = \frac{1}{10^2 \times 10^3} = \frac{1}{100 \times 1000} = \frac{1}{100\,000} = \frac{1}{10^5} = 10^{-5}$$

3) Préfixes de nano à giga

A	B	C	D
	Préfixe	Notation	Puissance de 10
	exa	E	$10^{18} = 1\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000$
	peta	P	$10^{15} = 1\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000$
	téra	T	$10^{12} = 1\ 000\ 000\ 000\ 000$
À CONNAÎTRE	giga	G	$10^9 = 1\ 000\ 000\ 000$
	mega	M	$10^6 = 1\ 000\ 000$
	kilo	k	$10^3 = 1\ 000$
	hecto	h	$10^2 = 100$
	déca	da	$10^1 = 10$
	unité		
	déci	d	$10^{-1} = 0,1$
	centi	c	$10^{-2} = 0,01$
	milli	m	$10^{-3} = 0,001$
	micro	μ	$10^{-6} = 0,000\ 001$
	nano	n	$10^{-9} = 0,000\ 000\ 001$
	pico	p	$10^{-12} = 0,000\ 000\ 000\ 001$
	femto	f	$10^{-15} = 0,000\ 000\ 000\ 000\ 001$
	atto	a	$10^{-18} = 0,000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 001$

Exemple :

Une clé USB de capacité 2 Go correspond à 2000 Mo soit 2 000 000 000 octets.

2) Formules (non exigible)

$$10^m \times 10^p = 10^{m+p} \quad \frac{10^m}{10^p} = 10^{m-p} \quad (10^m)^p = 10^{m \times p}$$

Méthode : Appliquer les formules sur les puissances de 10 (non exigible)

 Vidéo https://youtu.be/GWz5_veC12U

Écrire sous la forme 10^n ou 10^{-n} :

$$A = 10^4 \times 10^7 \quad B = \frac{10^{-4}}{10^5} \quad C = (10^2)^{-6} \quad D = 10^{-4} \times (10^3)^{-1} \quad E = \frac{10^7}{10^{-3} \times 10^{-5}}$$

$$\begin{aligned}
 A &= 10^4 \times 10^7 \\
 &= 10^{4+7} \\
 &= 10^{11} \\
 B &= \frac{10^{-4}}{10^5} \\
 &= 10^{-4-5} \\
 &= 10^{-9} \\
 C &= (10^2)^{-6} \\
 &= 10^{2 \times (-6)} \\
 &= 10^{-12} \\
 D &= 10^{-4} \times (10^3)^{-1} \\
 &= 10^{-4} \times 10^{3 \times (-1)} \\
 &= 10^{-4} \times 10^{-3} \\
 &= 10^{-4-3} \\
 &= 10^{-7} \\
 E &= \frac{10^7}{10^{-3} \times 10^{-5}} \\
 &= \frac{10^7}{10^{-3-5}} \\
 &= \frac{10^7}{10^{-8}} \\
 &= 10^{7-(-8)} \\
 &= 10^{15}
 \end{aligned}$$

2) La notation scientifique

Méthode : Écrire sous forme décimale des nombres contenant des puissances de 10

 Vidéo <https://youtu.be/vRPOgw3Sfnk>

1) Exprimer sous forme décimale les nombres suivants :

$$A = 3,25 \times 10^5 \quad B = 42,125 \times 10^8 \quad C = 1589,2 \times 10^{-4}$$

2) Compléter :

$$84,2645 \times 10^{\dots} = 84264,5$$

$$\dots \times 10^{-3} = 0,12585$$

$$4587,26 \times 10^{\dots} = 45,8726$$

1) $A = 3,25 \times 10^5 = 325\,000$ (virgule décalée de 5 rangs vers la droite)

$B = 42,125 \times 10^8 = 4\,212\,500\,000$ (virgule décalée de 8 rangs vers la droite)

$C = 1589,2 \times 10^{-4} = 0,15892$ (virgule décalée de 4 rangs vers la gauche)

2) $84,2645 \times 10^3 = 84264,5$

$$125,85 \times 10^{-3} = 0,12585$$

$$4587,26 \times 10^{-2} = 45,8726$$

Exemples : Les nombres rayés ne sont pas des écritures scientifiques :

$$\begin{array}{cccc}
 \cancel{7,328} \times 10^5 & \cancel{12,2} \times 10^4 & \cancel{0,2} \times 10^{-4} & 1 \times 10^{14} \\
 \cancel{24,45} \times 10^{-5} & 2,1 \times 10^{47} & 9,99 \times 10^{-7} &
 \end{array}$$

La notation scientifique :

$$\begin{array}{c}
 7,328 \times 10^5 \\
 \uparrow \qquad \qquad \uparrow \\
 \text{Nombre compris entre} \quad \times \quad \text{une puissance de 10} \\
 \text{1 et 10 (10 exclu)}
 \end{array}$$

Méthode : Écrire un nombre sous sa forme scientifique

 Vidéo <https://youtu.be/tzhNCpLRtCY>

Donner la notation scientifique des nombres suivants :

$$\begin{array}{lll} A = 8\,300\,000 & B = 0,000\,000\,456 & C = 0,002\,31 \\ D = 147,3 \times 10^5 & E = 0,0125 \times 10^{-2} & \end{array}$$

$$A = 8\,300\,000 = 8,3 \times 10^6$$

$$B = 0,000\,000\,456 = 4,56 \times 10^{-7} \quad \text{Compter le nombre de déplacements de la virgule}$$

$$C = 0,002\,31 = 2,31 \times 10^{-3}$$

$$D = 147,3 \times 10^5 = 1,473 \times 10^7$$

$$E = 0,0125 \times 10^{-2} = 1,25 \times 10^{-4}$$

Activité de groupe : La notation scientifique

http://www.maths-et-tiques.fr/telech/NOT_SCIENT.pdf

Méthode : Appliquer les formules et écrire le résultat sous forme scientifique (non exigible)

 Vidéo <https://youtu.be/EL4dBiBbL-U>

Donner l'écriture scientifique des nombres :

$$A = 4 \times 7 \times 10^{-5} \times 10^{-8} \quad B = \frac{7 \times 10^{-4} \times 5 \times 10^8}{56 \times 10^{-9}} \quad C = \frac{32 \times 10^{-4} + 6 \times 10^{-3}}{2 \times 10^{-5}}$$

$$\begin{array}{lll} A = 4 \times 7 \times 10^{-5} \times 10^{-8} & B = \frac{7 \times 5}{56} \times \frac{10^{-4} \times 10^8}{10^{-9}} & C = \frac{0,0032 + 0,006}{2 \times 10^{-5}} \\ = 28 \times 10^{-13} & = 0,625 \times \frac{10^4}{10^{-9}} & = \frac{0,0092}{2} \times \frac{1}{10^{-5}} \\ = 2,8 \times 10^{-12} & = 0,625 \times 10^{13} & = 0,0046 \times 10^5 \\ & = 6,25 \times 10^{12} & = 4,6 \times 10^2 \end{array}$$

3) La notation scientifique sur la calculatrice

 Vidéo <https://youtu.be/xMR4hFMdTMY> (CASIO)

 Vidéo https://youtu.be/IIOkQuUy_ow (HP)

 Vidéo <https://youtu.be/7eKVeIM9IF8> (TI)

A l'aide de la calculatrice, on effectue les opérations de la première colonne pour compléter le tableau :

OPERATION	AFFICHAGE EN ECRITURE SCIENTIFIQUE	ECRITURE DÉCIMALE
850 000 x 450 000	$3,825 \times 10^{11}$	382 500 000 000
8500 x 7200 x 2500	$1,53 \times 10^{11}$	153 000 000 000
57 : 2 000 000 : 2 000 000	$1,425 \times 10^{-11}$	0,000 000 000 014 25
250 x 6500 x 9200	$1,495 \times 10^{10}$	14 950 000 000
63 : 300 000 : 500 000	$4,2 \times 10^{-10}$	0,000 000 000 42

Exercice : A l'aide de la calculatrice, effectuer les opérations suivantes :
On exprimera les résultats en notation scientifique.

- a) $2,32 \times 10^5 \times 3,14 \times 10^3 = 7,284 \times 10^8$
 b) $4,12 \times 10^{12} + 3,11 \times 10^{11} = 4,431 \times 10^{12}$
 c) $3,125 \times 10^{24} - 3,125 \times 10^{23} = 2,8125 \times 10^{24}$
 d) $78,34 \times 10^{58} = 7,834 \times 10^{59}$
 e) $9,82 \times 10^{-7} \times 6,18 \times 10^{-8} = 6,06876 \times 10^{-14}$
 f) $1,58 \times 10^{22} + 1,32 \times 10^{21} = 1,712 \times 10^{22}$
 g) $3,895 \times 10^{14} - 2,145 \times 10^{13} = 3,6805 \times 10^{14}$

Utiliser l'écriture scientifique pour comparer des nombres :

 Vidéo <https://youtu.be/YkTYhzFJEZs>



Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales