

LES PUISSANCES

▶ Tout le cours en vidéo : <https://youtu.be/lxCzv5FPJ3s>

Partie 1 : Puissance d'un nombre

1) Exemples et définition

▶ Vidéo <https://youtu.be/jts9wiXPHtk>

3 puissance 4	5 puissance 3	0 puissance 6	1 puissance 5	9 puissance 1	-3 puissance 3
3^4	5^3	0^6	1^5	9^1	$(-3)^3$
$3 \times 3 \times 3 \times 3$	$5 \times 5 \times 5$	$0 \times 0 \times 0 \times 0 \times 0 \times 0$	$1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1$	9	$(-3) \times (-3) \times (-3)$
81	125	0	1	9	-27

$$a^4 = \underbrace{a \times a \times a \times a}_{4 \text{ fois}}$$

De façon générale :

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ fois}}$$

⚠ Attention :

Ne pas confondre : $(-3)^4 = (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) = 81$
 et : $-3^4 = -3 \times 3 \times 3 \times 3 = -81$

2) Cas particuliers

a est un nombre non nul et n un entier non nul :

$$a^1 = a$$

$$a^0 = 1$$

$$0^n = 0$$

$$1^n = 1$$

Divertissement :

Belles égalités :

$$3^3 + 4^3 + 5^3 = 6^3$$

$$10^2 + 11^2 + 12^2 = 13^2 + 14^2$$

$$3^3 + 4^4 + 3^3 + 5^5 = 3435$$

Exemples :

$$15^1 = 15$$

$$153^0 = 1$$

$$0^4 = 0$$

$$1^{12} = 1$$

Méthode : Calculer les puissances avec les nombres relatifs

 Vidéo <https://youtu.be/4CEYTrvUP0I>

Calculer :

$$A = (-5)^2 \quad B = -1^2 \quad C = (-1)^2 \quad D = -3^3 \quad E = (-2)^2 \quad F = -7^2$$

$$G = (-9)^0 \quad H = -9^0 \quad I = -3^2 \times (1 - 2)^2 \quad J = (-3 + 8)^3 \times (1 - 2)^2$$

Correction

$$\begin{array}{llllll} A = (-5)^2 & B = -1^2 & C = (-1)^2 & D = -3^3 & E = (-2)^2 & F = -7^2 \\ = (-5) \times (-5) & = -1 \times 1 & = (-1) \times (-1) & = -3 \times 3 \times 3 & = (-2) \times (-2) & = -7 \times 7 \\ = 25 & = -1 & = 1 & = -27 & = 4 & = -49 \end{array}$$

$$\begin{array}{llll} G = (-9)^0 & H = -9^0 & I = -3^2 \times (1 - 2)^2 & J = (-3 + 8)^3 \times (1 - 2)^2 \\ = 1 & = -1 & = -9 \times (-1)^2 & = (5)^3 \times (-1)^2 \\ & & = -9 \times 1 & = 125 \times 1 \\ & & = -9 & = 125 \end{array}$$

Partie 2 : Puissances de 10

1) Définition

Exemples :

- $10^5 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 100\,000 \leftarrow 1 \text{ suivi de } 5 \text{ zéros}$
- $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \leftarrow 1 \text{ suivi de } 3 \text{ zéros}$

$$\begin{array}{l} 10^4 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 = \underbrace{10000}_{4 \text{ zéros}} \\ 10^n = 10 \times 10 \times \dots \times 10 = \underbrace{100 \dots 0}_n \end{array}$$

2) Exposant négatif

Exemples :

- $10^{-2} = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100} = 0,01 \leftarrow 1 \text{ précédé de } 2 \text{ zéros}$
- $10^{-4} = \frac{1}{10^4} = \frac{1}{10\,000} = 0,0001 \leftarrow 1 \text{ précédé de } 4 \text{ zéros}$

$$\begin{array}{l} 10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \underbrace{0,001}_{3 \text{ zéros}} \\ 10^{-n} = \frac{1}{10^n} = \underbrace{0,00 \dots 01}_n \end{array}$$

On a en particulier : $10^{-1} = \frac{1}{10} = 0,1$

Méthode : Utiliser les puissances de 10

▶ Vidéo <https://youtu.be/D5Fe9Fv6CqQ>

▶ Vidéo <https://youtu.be/TSeL-rVZNPQ>

a) Écrire les nombres sous forme décimale : $A = 10^3$ $B = 10^{-3}$ $C = 10^{-5}$

b) Écrire les nombres sous forme d'une puissance de 10 :

$$D = 1\,000\,000 \quad E = 0,0001 \quad F = \frac{1}{10^5} \quad G = \frac{1}{10 \times 10 \times 10} \quad H = \frac{1}{10^2 \times 10^3}$$

Correction

$$\begin{array}{lll} \text{a) } A = 10^3 & B = 10^{-3} & C = 10^{-5} \\ = 1000 & = 0,001 & = 0,00001 \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} \text{b) } D = 1\,000\,000 & E = 0,0001 & F = \frac{1}{10^5} \\ = 10^6 & = 10^{-4} & = 10^{-5} \end{array}$$

$$G = \frac{1}{10 \times 10 \times 10} = \frac{1}{10^3} = 10^{-3} \quad H = \frac{1}{10^2 \times 10^3} = \frac{1}{100 \times 1000} = \frac{1}{100\,000} = \frac{1}{10^5} = 10^{-5}$$

3) Préfixes de nano à giga

A	B	C	D
	Préfixe	Notation	Puissance de 10
	exa	E	$10^{18} = 1\,000\,000\,000\,000\,000\,000$
	peta	P	$10^{15} = 1\,000\,000\,000\,000\,000$
	téra	T	$10^{12} = 1\,000\,000\,000\,000$
À CONNAÎTRE	giga	G	$10^9 = 1\,000\,000\,000$
	mega	M	$10^6 = 1\,000\,000$
	kilo	k	$10^3 = 1\,000$
	hecto	h	$10^2 = 100$
	déca	da	$10^1 = 10$
	unité		$10^0 = 1$
	déci	d	$10^{-1} = 0,1$
	centi	c	$10^{-2} = 0,01$
	milli	m	$10^{-3} = 0,001$
	micro	μ	$10^{-6} = 0,000\,001$
	nano	n	$10^{-9} = 0,000\,000\,001$
	pico	p	$10^{-12} = 0,000\,000\,000\,001$
	femto	f	$10^{-15} = 0,000\,000\,000\,000\,001$
	atto	a	$10^{-18} = 0,000\,000\,000\,000\,000\,001$

Exemple : Une clé USB de capacité 2 Go correspond à 2000 Mo soit 2 000 000 000 octets.

4) Écritures décimales et puissance de 10

Méthode : Écrire sous forme décimale des nombres contenant des puissances de 10

 Vidéo <https://youtu.be/vRPOgw3Sfnk>

1) Exprimer sous forme décimale les nombres suivants :

$$A = 3,25 \times 10^5 \quad B = 42,125 \times 10^6 \quad C = 1589,2 \times 10^{-4}$$

2) Compléter :

a) $84,2645 \times 10^{\dots} = 84264,5$

b) $\dots \times 10^{-3} = 0,12585$

c) $4587,26 \times 10^{\dots} = 45,8726$

Correction

1) $A = 3,25 \times 10^5 = 3,25 \times 100\,000 = 325\,000$

$B = 42,125 \times 10^6 = 42,125 \times 1\,000\,000 = 42\,125\,000$

$C = 1589,2 \times 10^{-4} = 1589,2 \times 0,0001 = 0,15892$

2) a) $84,2645 \times 10^3 = 84264,5$

$\times 1000$

b) $125,85 \times 10^{-3} = 0,12585$

$\times 0,001$

c) $4587,26 \times 10^{-2} = 45,8726$

$\times 0,01$

Partie 3 : La notation scientifique

1) Exemples et définition

Exemples : Les nombres verts sont en notation scientifique, les autres non :

$3,45 \times 10^4$

$11,3 \times 10^6$

$0,2 \times 10^{-1}$

1×10^{14}

$24,45 \times 10^{-5}$

21×10^{47}

$9,99 \times 10^{-7}$

4×15^3

La notation scientifique :

$7,328 \times 10^5$

↑ ↑
 Nombre compris entre 1 et 10 (10 exclu) × Une puissance de 10

Exemples :

$3,45 \times 10^4$ est une notation scientifique car 3,45 est bien compris entre 1 et 10 (10 exclu).

$11,3 \times 10^6$ n'est pas une notation scientifique car 11,3 est plus grand que 10.

$0,2 \times 10^{-1}$ n'est pas une notation scientifique car 0,2 est plus petit que 1.

Méthode : Écrire un nombre sous en notation scientifique

 Vidéo <https://youtu.be/tzhNCpLRtCY>

Donner la notation scientifique des nombres suivants :

$$A = 8\,300\,000 \quad B = 0,000\,000\,456 \quad C = 0,002\,31$$

$$D = 147,3 \times 10^5 \quad E = 0,0125 \times 10^{-2}$$

Correction

$$A = 8\,300\,000$$

$$= 8,3 \times \dots \quad \leftarrow \text{On fabrique un nombre compris en 1 et 10 (10 exclu)}$$

$$= 8,3 \times 10^{\dots} \quad \leftarrow \text{On complète par une puissance de 10}$$

$$= 8,3 \times 10^6$$

$$B = 0,000\,000\,456 \quad C = 0,002\,31$$

$$= 4,56 \times 10^{-7} \quad = 2,31 \times 10^{-3}$$

$$D = 147,3 \times 10^5 \quad E = 0,0125 \times 10^{-2}$$

$$= 1,473 \times 10^2 \times 10^5 \quad = 1,25 \times 10^{-2} \times 10^{-2}$$

$$= 1,473 \times 100 \times 100\,000 \quad = 1,25 \times 0,01 \times 0,01$$

$$= 1,473 \times 10\,000\,000 \quad = 1,25 \times 0,0001$$

$$= 1,473 \times 10^7 \quad = 1,25 \times 10^{-4}$$

Activité de groupe : La notation scientifique
http://www.maths-et-tiques.fr/telech/NOT_SCIENT.pdf

2) La notation scientifique sur la calculatrice

Méthode : Utiliser la notation scientifique sur la calculatrice

 Vidéo <https://youtu.be/xMR4hFMdTMY> (CASIO)

 Vidéo https://youtu.be/IIOkQuUy_ow (HP)

 Vidéo <https://youtu.be/7eKVelM9lF8> (TI)

A l'aide de la calculatrice, effectuer les opérations, puis exprimer le résultat en écriture décimale.

$$A = 850\,000 \times 450\,000 \quad B = 63 : 300\,000 : 500\,000$$

$$C = 2,32 \times 10^5 \times 3,14 \times 10^3 \quad D = 3,125 \times 10^6 - 3,125 \times 10^5$$

Correction

$$A = 850\,000 \times 450\,000 = 3,825 \times 10^{11} = 382\,500\,000\,000$$

$$B = 63 : 300\,000 : 500\,000 = 4,2 \times 10^{-10} = 0,000\,000\,000\,42$$

$$C = 2,32 \times 10^5 \times 3,14 \times 10^3 = 7,2848 \times 10^8 = 728\,480\,000$$

$$D = 3,125 \times 10^6 - 3,125 \times 10^5 = 2,8125 \times 10^6 = 2\,812\,500$$

3) Utiliser l'écriture scientifique pour comparer des nombres

Méthode : Utiliser la notation scientifique pour comparer les nombres

 Vidéo <https://youtu.be/YkTYhzFJEZs>

a) On donne les distances séparant des planètes de notre système solaire au Soleil :

- Terre : $1,5 \times 10^8$ kilomètres
- Saturne : $1,5 \times 10^9$ kilomètres
- Vénus : $1,1 \times 10^8$ kilomètres
- Mars : $2,2 \times 10^8$ kilomètres

Ranger ces planètes de la plus éloignée à la plus proche du Soleil.

b) On a déterminé les dimensions de certaines cellules et virus. Voici les résultats :

- Le diamètre d'une cellule animale : 5×10^{-2} millimètre
- Le diamètre d'une cellule végétale : $8,5 \times 10^{-2}$ millimètre
- Le diamètre d'un virus : $5,5 \times 10^{-3}$ millimètre

Ranger les cellules et virus dans l'ordre croissant de leur dimension.

Correction

a) - En notation scientifique, le nombre le plus grand est celui qui possède le plus grand exposant. 9 est le plus grand exposant donc $1,5 \times 10^9$ est le nombre le plus grand.

- Lorsque deux nombres ont le même exposant, on compare le facteur compris entre 1 et 10.

On a : $2,2 > 1,5 > 1,1$

Donc : $2,2 \times 10^8 > 1,5 \times 10^8 > 1,1 \times 10^8$

Et donc :

$$1,5 \times 10^9 > 2,2 \times 10^8 > 1,5 \times 10^8 > 1,1 \times 10^8$$

Les planètes, de la plus éloignée à la plus proche du Soleil :

Saturne – Mars – Terre – Venus

b) La méthode est la même avec des exposants négatifs.

-3 est le plus petit exposant donc $5,5 \times 10^{-3}$ est le nombre le plus petit.

On a : $5 < 8,5$

Donc : $5 \times 10^{-2} < 8,5 \times 10^{-2}$

Et donc :

$$5,5 \times 10^{-3} < 5 \times 10^{-2} < 8,5 \times 10^{-2}$$

Les cellules et virus dans l'ordre croissant de leur dimension :

Virus – Cellule animale – Cellule végétale



Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales