PRODUIT SCALAIRE – Chapitre 2/2

 **Tout le cours en vidéo :** [**https://youtu.be/dII7myZuLvo**](https://youtu.be/dII7myZuLvo)

**Partie 1 : Produit scalaire et orthogonalité**

1) Projeté orthogonal

Propriété : Les vecteurs et sont orthogonaux si et seulement si .

Démonstration :

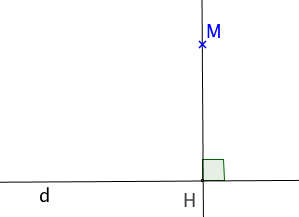
Si l'un des vecteurs est nul, la démonstration est évidente.

Supposons le contraire.

Les vecteurs et sont orthogonaux

Définition : Soit une droite *d* et un point M.

Le **projeté orthogonal** du point M sur la droite *d* est le point d'intersection H de la droite *d* avec la perpendiculaire à *d* passant par M.



Une image contenant texte, antenne

Description générée automatiquementPropriété : Soit et deux vecteurs non nuls.

est le projeté orthogonal du point sur la

droite ().

On a :

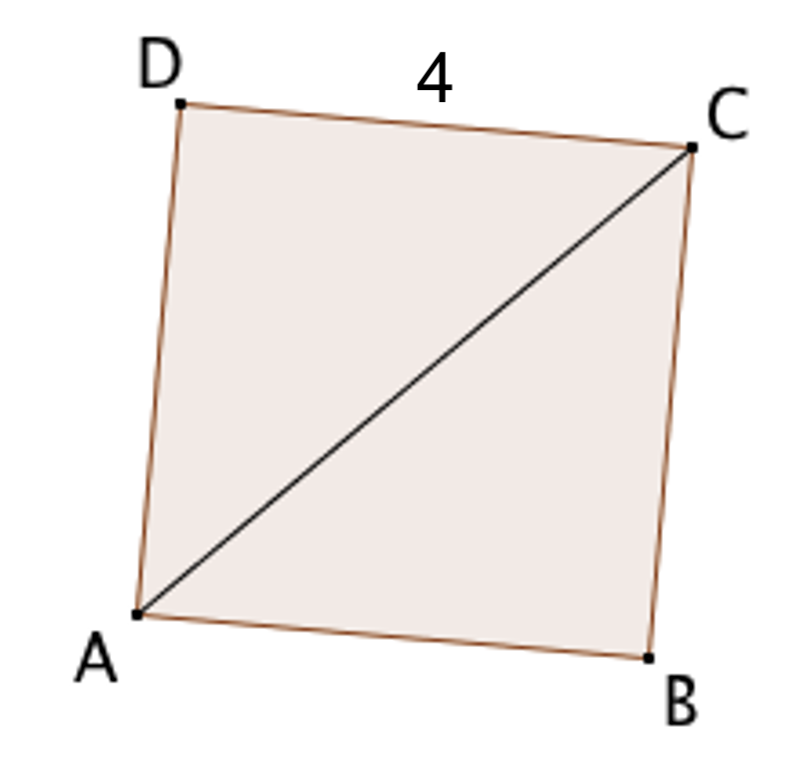
Démonstration :

, d’après la relation de Chasles.

En effet, les vecteurs et sont orthogonaux donc .

Méthode : Calculer un produit scalaire par projection

 **Vidéo** [**https://youtu.be/2eTsaa2vVnI**](https://youtu.be/2eTsaa2vVnI)

 **Vidéo** [**https://youtu.be/K4Izn5xB\_Qk**](https://youtu.be/K4Izn5xB_Qk)

 **Vidéo** [**https://youtu.be/-Hr28g0PFu0**](https://youtu.be/-Hr28g0PFu0)

Soit un carré de côté 4.

Calculer les produits scalaires :

a) b) c)

**Correction**

a) est le projeté orthogonal de sur (), alors :

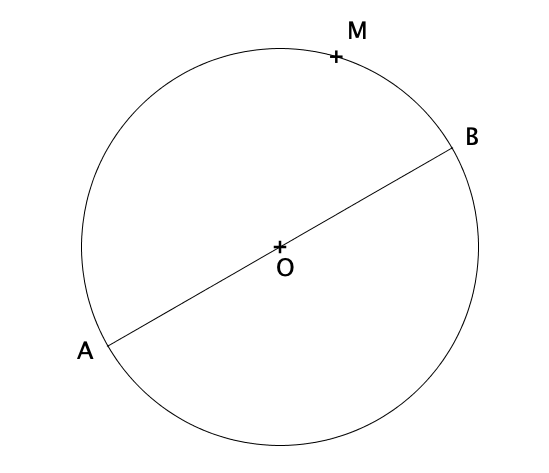
b) car les vecteurs et sont orthogonaux.

c) Comme , on a :

2) Transformation de l’expression

Propriété : L’ensemble des points vérifiant l’égalité est le cercle de diamètre [].

Démonstration au programme :

 **Vidéo** **https://youtu.be/D3n8aYsSQLA**

Soit le milieu du segment [].

On a :

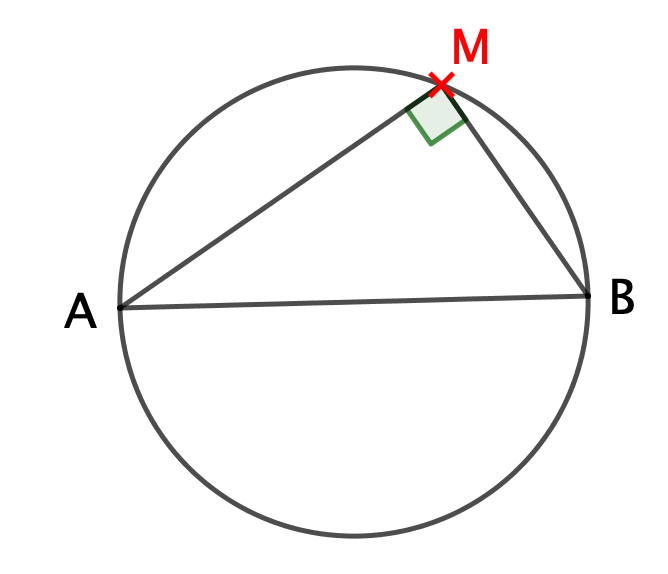
Comme est le milieu de [], on a :

Soit :

car

Soit : soit encore .

appartient donc au cercle de centre et de rayon , c’est-à-dire le cercle de diamètre [].

Comme , les vecteurs et sont orthogonaux.

L’ensemble des points tel que le triangle soit rectangle en est donc le cercle de diamètre [].

Méthode : Appliquer l’égalité

 **Vidéo** [**https://youtu.be/bUARS-dthLM**](https://youtu.be/bUARS-dthLM)

On donne deux points et B

Représenter l’ensemble des points , tel que :

Une image contenant câble

Description générée automatiquement**Correction**

, d’après la relation de Chasles.

L’ensemble des points est donc le cercle de diamètre [].

**Partie 2 : Produit scalaire dans un repère orthonormé**

Dans cette partie, le plan est muni d'un repère orthonormé .

Propriété : Soit et deux vecteurs. On a : .

Méthode : Calculer un produit scalaire à l’aide des coordonnées (1)

 **Vidéo** [**https://youtu.be/aOLRbG0IibY**](https://youtu.be/aOLRbG0IibY)

Soit et deux vecteurs. Calculer

**Correction**

Méthode : Calculer un produit scalaire à l’aide des coordonnées (2)

 **Vidéo** [**https://youtu.be/cTtV4DsoMLQ**](https://youtu.be/cTtV4DsoMLQ)

On considère quatre points , , et .

Démontrer que les droites () et () sont perpendiculaires.

**Correction**

- Calculons les coordonnées des vecteurs et .

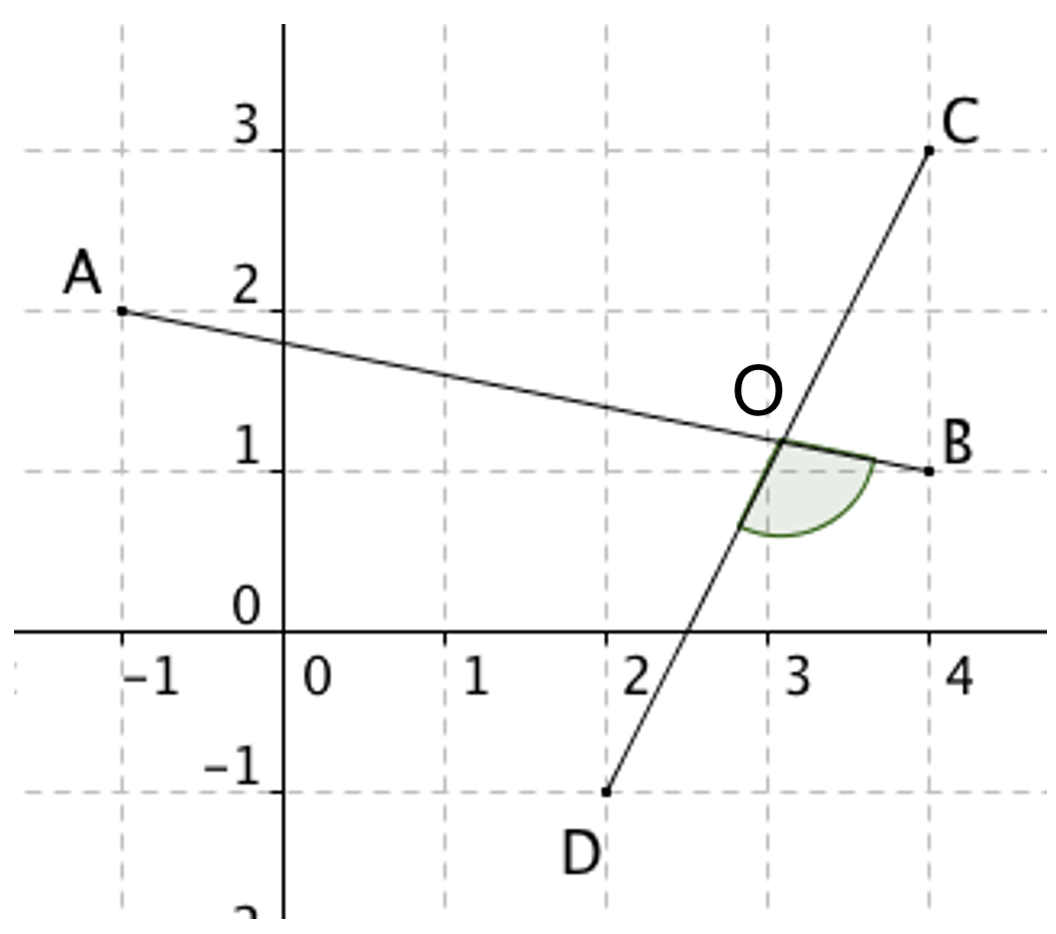
et

- Calculons le produit scalaire des deux vecteurs :

- Le produit scalaire est nul donc les vecteurs et sont orthogonaux.

Et donc, les droites () et () sont perpendiculaires.

Méthode : Appliquer plusieurs formules du produit scalaire



 **Vidéo** [**https://youtu.be/Ok6dZG8WIL8**](https://youtu.be/Ok6dZG8WIL8)

Calculer la mesure de l'angle en calculant le produit scalaire de deux façons.

On pourra lire les coordonnées des points , , et dans le repère ci-contre.

**Correction**

● En calculant le produit scalaire avec la formule du cosinus, on a :

Or :

Donc :

● En calculant le produit scalaire avec la formule des coordonnées, on a :

et , donc :

● On a ainsi :

Et donc : .



Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

[*www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales*](http://www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales)