

PARALLÉLOGRAMMES (Partie I)

I. Fonctionnement d'une propriété

1) Premiers exemples

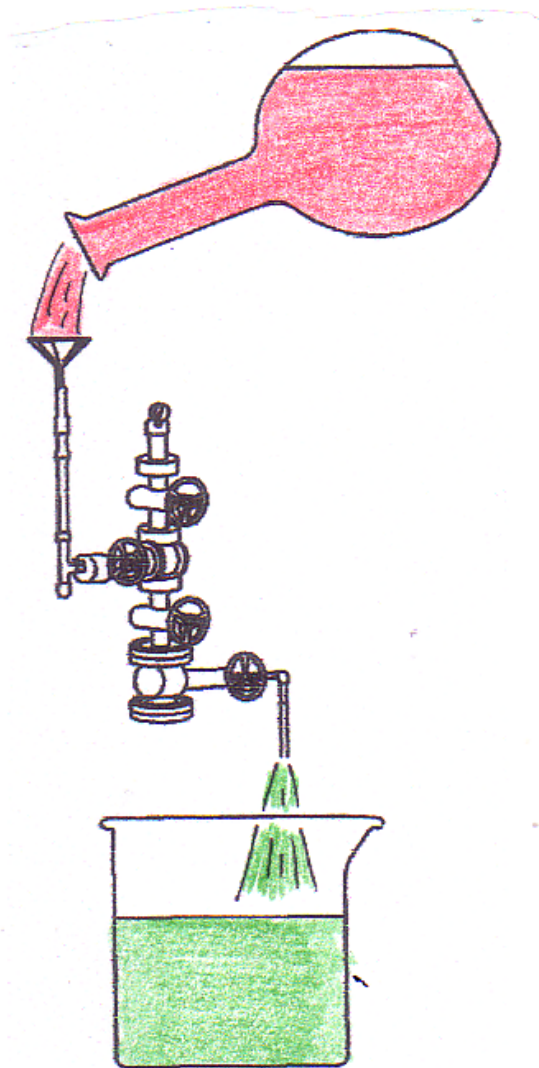
Propriété A : Si **un homme s'appelle Norbert BALEZE**, alors **ses initiales sont N.B.**

Propriété B : Si **nous sommes à Noël et que nous avons été sages**, alors **le père Noël vient**.

Propriété C : Si **ABCD est un rectangle**, alors **ABCD a des diagonales de même longueur**.

en rouge : la condition

en vert : la conclusion



La condition :

Si ...

Une propriété est comparable à
une machine qui transforme
« conditions » en « conclusions ».

La conclusion :

Alors ...

2) Peut-on échanger conditions et conclusions ?

▶ Vidéo <https://youtu.be/qyufGYkzie8>

Propriété A' :

Si **un homme a pour initiale N.B.**, alors il s'appelle ... Nestor Boiteux par exemple !!!

On ne peut pas !!!

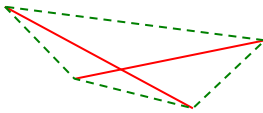
Propriété B' :

Si **le père Noël vient** alors nous sommes à Noël et nous avons été sages.

On peut !

Propriété C' :

Si **ABCD a des diagonales de même longueur** alors ABCD ... n'est pas nécessairement un rectangle.



On ne peut pas !

On dit que la propriété B admet **UNE RECIPROQUE**, c'est la propriété B'.

Activité de groupe : Comprendre une propriété

http://www.maths-et-tiques.fr/telech/COMP_PROP.pdf

Activité de groupe : Ecrire une propriété

http://www.maths-et-tiques.fr/telech/ECRIRE_PROP.pdf

TP info : Les propriétés des quadrilatères particuliers

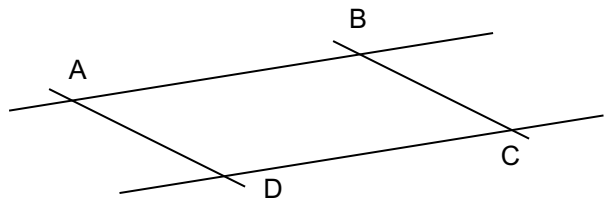
http://www.maths-et-tiques.fr/telech/Quad_conc5e.pdf

http://www.maths-et-tiques.fr/telech/Quad_cond.pdf

II. Définition et propriétés du parallélogramme

1) Définition

Vient du grec : para = à côté
allélo = l'un et l'autre
gramma = écriture



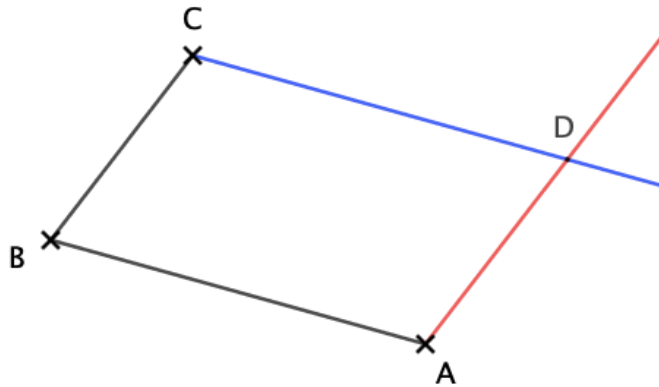
Définition : Un **parallélogramme** est un quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles.

Méthode : Construire un parallélogramme à partir de ses côtés

📺 Vidéo <https://youtu.be/lhBapOhb7m4>

On donne ci-contre trois points A, B et C.
Construire le parallélogramme ABCD.

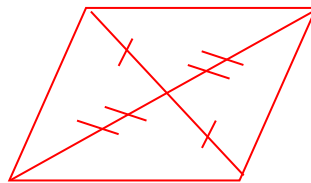
1. On trace les côtés [AB] et [BC].
2. On construit la parallèle à la droite (AB) passant par C.
3. On construit la parallèle à la droite (BC) passant par A.
- « En effet, les côtés opposés d'un parallélogramme sont parallèles. »
4. Le point D se trouve à l'intersection de ces deux parallèles.



2) Propriétés

Propriété caractéristique du parallélogramme :

Un parallélogramme est un quadrilatère dont les diagonales se coupent en leur milieu.



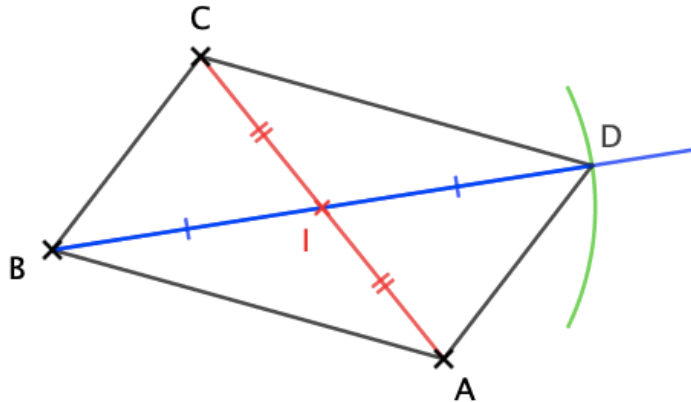
Méthode : Construire un parallélogramme à partir de ses diagonales

📺 Vidéo <https://youtu.be/UHreCqzggpo>

On donne ci-contre trois points A, B et C.
Construire le parallélogramme ABCD.

1. On trace les côtés [AB] et [BC].
2. On trace la diagonale [AC] et on marque son milieu I.
3. On trace la demi-droite [BI).

4. On trace un arc de cercle de centre I et de rayon BI. Celui-ci intercepte la demi-droite [BI) en D. « En effet, les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu. »
 5. On trace les côtés [AD] et [CD].



Remarque :

Il ne faut pas confondre « diagonales de même milieu » et « diagonales de même longueur ». L'un n'entraîne pas l'autre.

Un parallélogramme possède des diagonales de même milieu mais pas nécessairement de même longueur.

Autres propriétés :

PROPRIÉTÉ P1	Si un quadrilatère est un parallélogramme alors ses côtés opposés ont la même longueur.	
-------------------------	---	--

ABCD est un quadrilatère non croisé.

PROPRIÉTÉ P2 <i>(Réciproque de P1)</i>	Si un quadrilatère a ses côtés opposés de même longueur alors c'est un parallélogramme.	
PROPRIÉTÉ P3	Si un quadrilatère a deux côtés opposés parallèles et de même longueur alors c'est un parallélogramme.	

Méthode : Construire un parallélogramme à partir de ses côtés

C
x

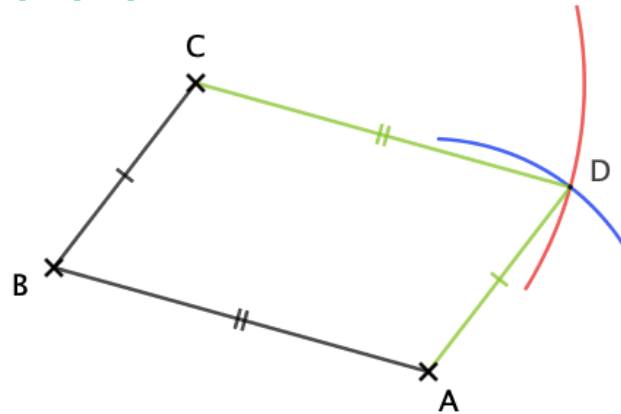
Vidéo <https://youtu.be/BMEBEpdIVAw>

On donne ci-contre trois points A, B et C.
 Construire le parallélogramme ABCD.

B x

x
A

1. On trace les côtés $[AB]$ et $[BC]$.
2. On trace un arc de cercle de centre C et de rayon AB .
3. On trace un arc de cercle de centre A et de rayon BC
- « En effet, les côtés opposés d'un parallélogramme ont même longueur. »
4. Les deux arcs de cercle s'intersectent en D .
5. On trace les côtés $[AD]$ et $[CD]$.

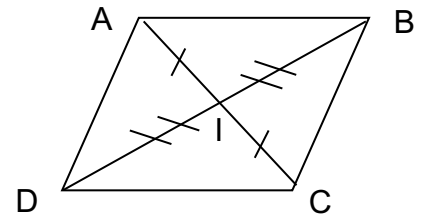


Autre exemple :

 Vidéo <https://youtu.be/ornl3k7VbNk>

Démonstration de la propriété P1 :

Si $ABCD$ est un parallélogramme alors les diagonales $[AC]$ et $[BD]$ se coupent en un même milieu I (d'après la propriété caractéristique).



Donc C est le symétrique du point A par la symétrie de centre I .

Et D est le symétrique du point B par la symétrie de centre I .

Ainsi, le segment $[DC]$ est le symétrique du segment $[AB]$ par la symétrie de centre I .

Or, la symétrie centrale conserve les longueurs. On en déduit que $AB = DC$.

On démontre de même que $AD = BC$.



Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales