

NOTION DE FONCTION

📺 Tout le cours en vidéo : <https://youtu.be/E4SY8 L-DTA>

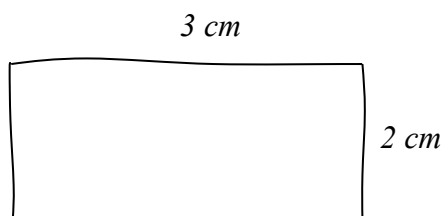
I. Notations et vocabulaire

Avec une ficelle de longueur 10 cm, on fabrique un rectangle.
On désigne par x la longueur d'un côté de ce rectangle.



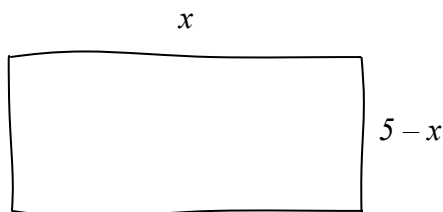
1) Calculons par exemple l'aire du rectangle pour $x = 3$ cm.

Dans ce cas, le rectangle a pour dimension 3 cm et 2 cm.
En effet, $3 + 3 + 2 + 2 = 10$ cm.



Aire du rectangle = $3 \times 2 = 6 \text{ cm}^2$.

2) Exprimons maintenant l'aire du rectangle en fonction de x .



Les dimensions du rectangle sont donc : x et $5 - x$.

En effet : $P = 2x + 2(5 - x) = 10$ cm.

Ainsi l'aire du rectangle s'exprime par la formule $A = x(5 - x)$

3) On peut développer A .

$$A = x(5 - x) = 5x - x^2$$

4) On cherche la valeur de x pour laquelle l'aire du rectangle est la plus grande possible. On va faire des essais pour différentes valeurs de x et présenter les résultats dans un tableau de valeurs.

x	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5
Aire	4	5,25	6	6,25	6	5,25	4	2,25

L'aire maximum semble être égal à 6,25 cm² lorsque $x = 2,5$ cm.

Pour chaque nombre x , on a fait correspondre un nombre égal à l'aire du rectangle.

Par exemple : $1 \mapsto 4$
 $2 \mapsto 6$

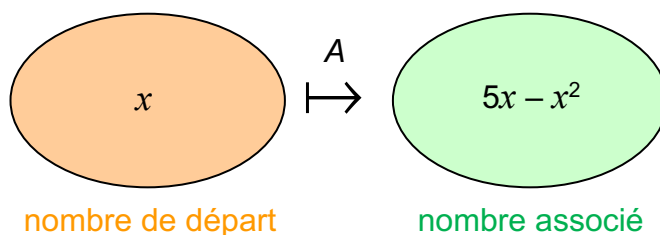
Pour l'aire maximum, on a trouvé : $2,5 \mapsto 6,25$

De façon générale, on note :

$$A : x \mapsto 5x - x^2$$

$x \mapsto 5x - x^2$ se lit « à x , on associe $5x - x^2$ »

A est appelée une **fonction**. C'est une « machine » mathématique qui, à un nombre donné, fait correspondre un autre nombre.



L'expression A dépend de la valeur de x et varie en fonction de x .
 x est appelée la **variable**.

On note ainsi :

$$A(x) = 5x - x^2$$

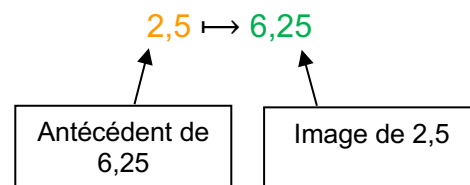
$A(x)$ se lit « A de x ».

II. Image et antécédent par une fonction

Exemples : Dans le tableau du paragraphe I, on peut lire : $A(2,5) = 6,25$ $A(1) = 4$

On dit que :

- l'**image** de 2,5 par la fonction A est 6,25.
- un **antécédent** de 6,25 par A est 2,5.



Remarques :

- Un nombre possède une unique image.
 - Cependant, un nombre peut posséder plusieurs antécédents.
- Par exemple : les antécédents de 5,25 sont 1,5 et 3,5 (voir tableau).

Méthode : Déterminer une image et un antécédent par une fonction

 Vidéo <https://youtu.be/BHrBGehewi0>

 Vidéo <https://youtu.be/EOS5bSPTZjg>

 Vidéo <https://youtu.be/FiqPwHS7vE8>

Soit la fonction f définie par $f(x) = \sqrt{x} + 1$.

1) Compléter le tableau de valeurs :

x	4	10,24	16	20,25
$f(x)$				

2) Compléter alors :

a) L'image de 4 par f est ...

b) Un antécédent de 5 par f est ...

c) $f : \dots \mapsto 4,2$

d) $f(20,25) = \dots$

3) Calculer $f(4,41)$ et $f(1310,44)$

1)

x	4	10,24	16	20,25
$f(x)$	3	4,2	5	5,5

2) On lit dans le tableau :

a) L'image de 4 par f est **3**.

b) Un antécédent de 5 par f est **16**.

c) $f : \mathbf{10,24} \mapsto 4,2$

d) $f(20,25) = \mathbf{5,5}$

3) A l'aide de la calculatrice, on obtient :

$$f(4,41) = \sqrt{4,41} + 1 = 2,1 + 1 = \mathbf{3,1}$$

$$f(1310,44) = \sqrt{1310,44} + 1 = 36,2 + 1 = \mathbf{37,2}$$

Méthode : Déterminer un antécédent par calcul

 Vidéo <https://youtu.be/0NakIDu5dQU>

Soit la fonction f définie par $f(x) = 2x - 3$.

Déterminer un antécédent de -5 par la fonction f .

Un antécédent x de -5 par la fonction f est tel que :

$$f : x \mapsto -5$$

$$\text{Soit } f(x) = -5$$

$$\text{Soit encore : } 2x - 3 = -5$$

On résout ainsi l'équation :

$$2x = 3 - 5$$

$$2x = -2$$

$$x = -1$$

Un antécédent de -5 par f est donc -1 .

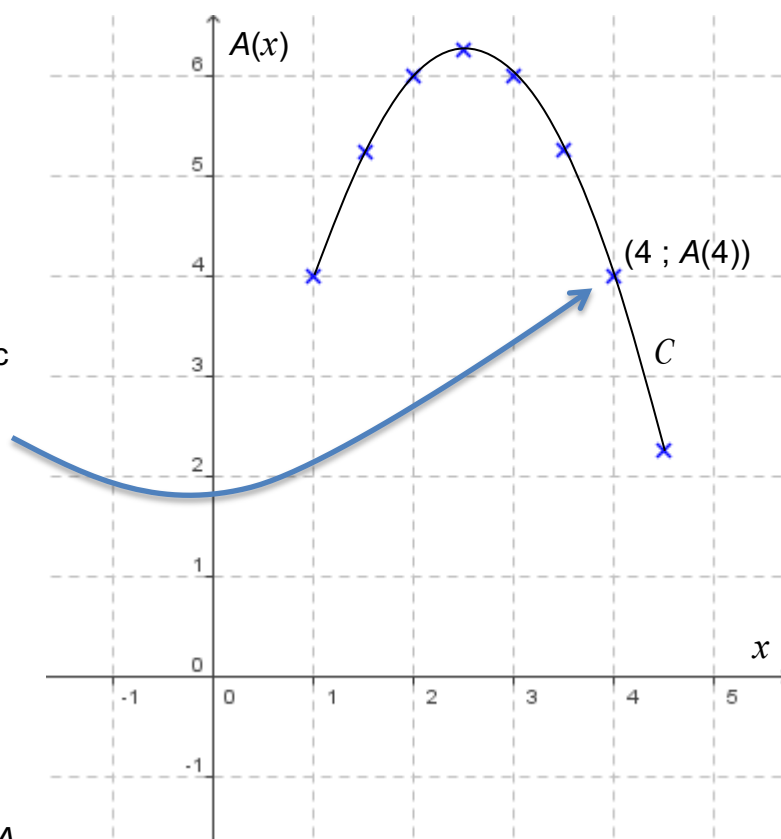
III. Représentation graphique d'une fonction

1) Construction

 Vidéo <https://youtu.be/xHJNdrhzY4Q>

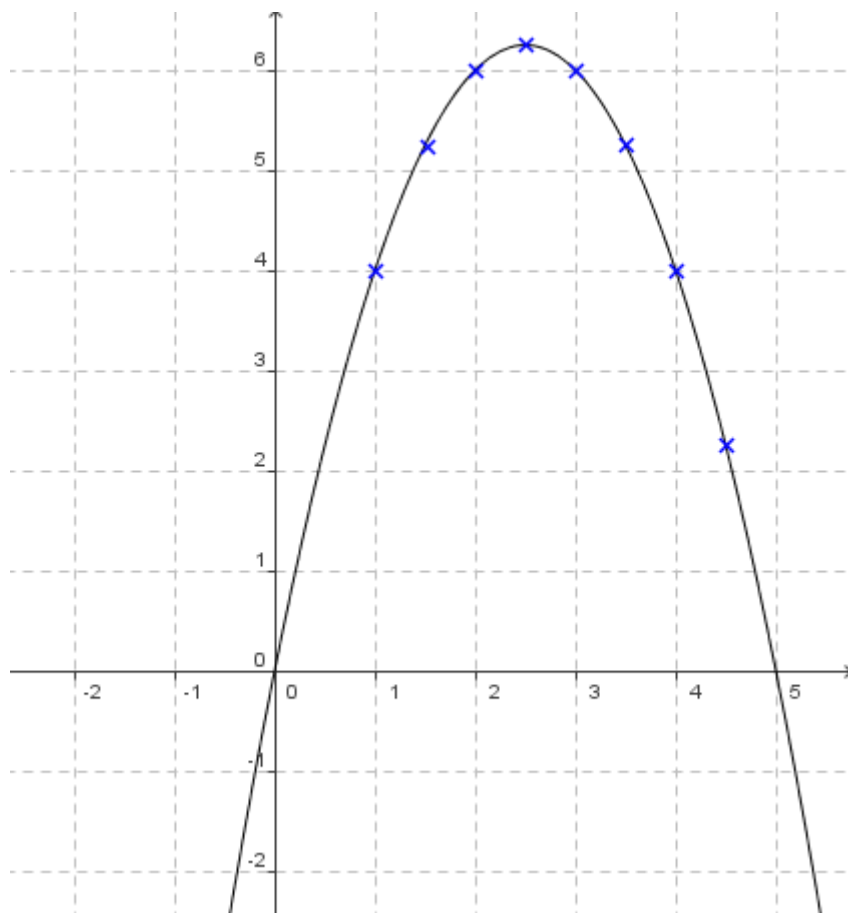
Représenter les données du tableau de valeurs du paragraphe I. dans un repère tel qu'on trouve en abscisse la longueur du côté du rectangle et en ordonnée son aire correspondante.

En reliant les points, on obtient une courbe C .
Tout point de la courbe C possède donc des coordonnées de la forme $(x ; A(x))$.



Ouvrir le logiciel *GeoGebra* et saisir directement l'expression de la fonction A .
Dans la barre de saisie, on écrira :

$$a(x)=5x-x^2$$



La courbe représentative de la fonction A dépasse les limites du problème.
En effet, l'expression de la fonction A accepte par exemple des valeurs négatives de x , ce que les données du problème rejettent puisque x représente une longueur !



En latin, « curbus » désignait ce qui est courbé. On retrouve le mot en ancien français sous la forme de « corbe ». Le corbeau est ainsi appelé à cause de la forme de son bec.

2) Lectures graphiques

Méthode : Utiliser la représentation graphique d'une fonction

Répondre graphiquement aux questions suivantes :

- 1) Donner un ordre de grandeur de l'aire du rectangle si un de ces côtés mesure 0,5 cm ?
- 2) Qu'en est-il si un de ses côtés mesure 5 cm ?
- 3) Donner les dimensions d'un rectangle dont l'aire est environ égale à 1 cm².
- 4) Quelle semble être la nature du rectangle dont l'aire est maximum ?

1) $A(0,5) \approx 2,2$ cm².

2) $A(5) = 0$. Dans ce cas, le rectangle est aplati ; son aire est nulle.

3) Il s'agit de trouver les antécédents de 1 par la fonction A .

Par lecture graphique : $A(0,2) \approx 1$ et $A(4,8) \approx 1$

Le rectangle de dimensions 0,2 cm sur 4,8 cm possède une aire environ égale à 1 cm².

4) $A(x)$ semble maximum pour $x = 2,5$ cm.

Ainsi le rectangle dont l'aire semble maximum est un carré de côté 2,5 cm.

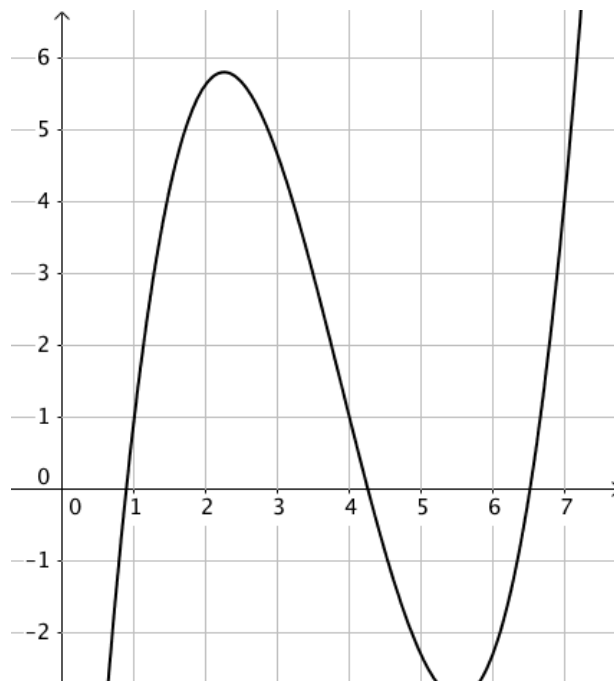
Méthode : Lire graphiquement une image et un antécédent

▶ Vidéo <https://youtu.be/gQUt5y8LFKk>

On considère la fonction f représentée ci-contre.

Déterminer graphiquement :

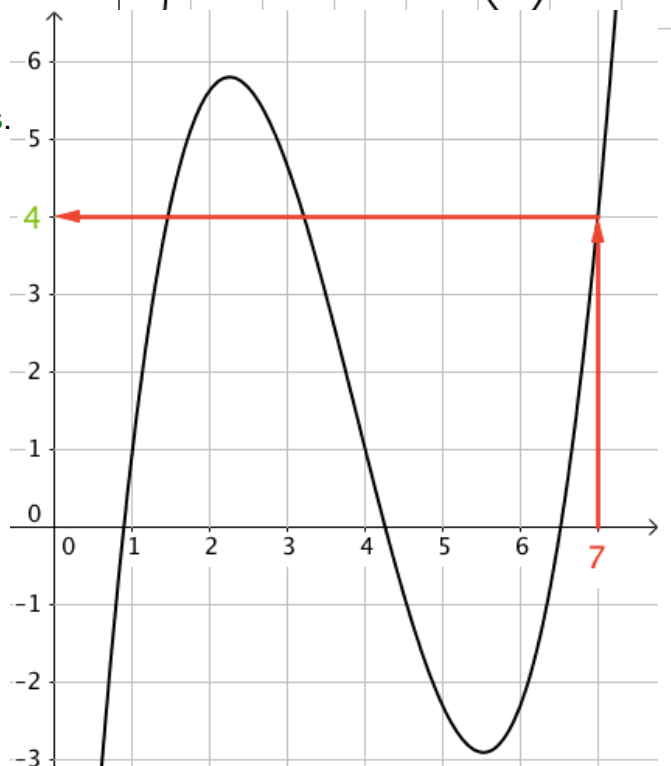
- L'image de 7 par la fonction f .
- Trois antécédents de 1 par la fonction f .



a) Pour déterminer l'image de 7, on « part » de l'abscisse 7, on « rejoint » la courbe et on lit la valeur correspondante sur l'axe des ordonnées.

On lit donc que l'image de 7 est 4.

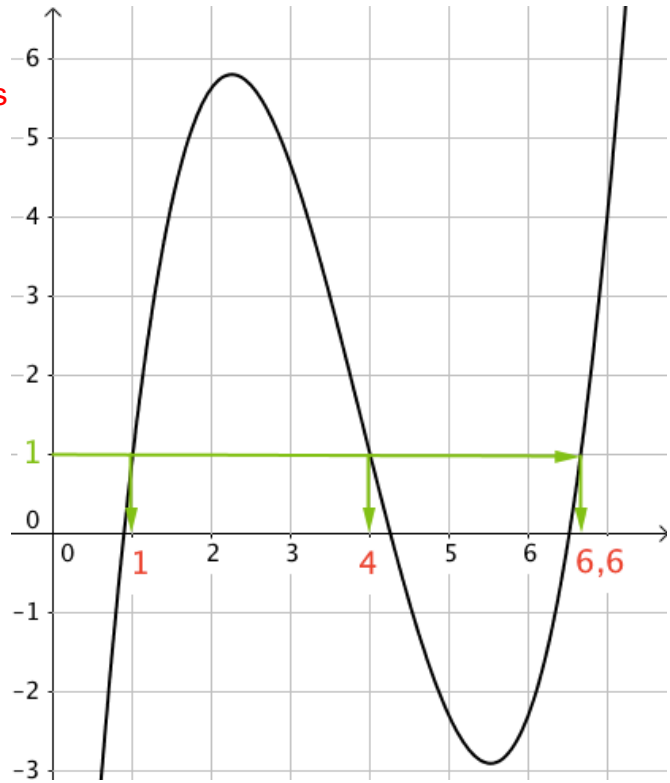
On peut noter : $f(7) = 4$.



b) Pour déterminer des antécédents de 1, on « part » de l'ordonnée 1, on « rejoint » la courbe et on lit les valeurs correspondantes sur l'axe des abscisses.

On lit donc que des antécédents de 1 sont 1, 4 et 6,6.

On peut par exemple noter : $f(4) = 1$.



TP info : « Fonctions trigonométriques »

http://www.maths-et-tiques.fr/telech/TP_Trigo.pdf

http://www.maths-et-tiques.fr/telech/TP_Trigo.ods (feuille de calcul OOo)



Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales